



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Matemática em Toda Parte II

Episódio: “Matemática no Zoológico”

Resumo

O episódio “Matemática no Zoológico”, da série *Matemática em Toda Parte II* abre as portas de um Parque Zoológico para mostrar como a Matemática está presente em diversas situações envolvendo a compreensão e a preservação da biodiversidade da vida animal. Neste episódio, mostram-se relações interessantes entre a biologia e matemática. Os conceitos matemáticos como estimativas, incerteza, erro padrão, linguagem de conjuntos, técnicas de contagem, dentre outros, são associados a conteúdos de biologia como classificação, desenvolvimento, preservação e extinção das espécies. O vídeo ajuda a entender o que é extinção, como é classificada, e como o homem monitora e quantifica os diferentes estágios de perigo do desenvolvimento e manutenção da vida animal no planeta para tentar criar ações e preservar as espécies em risco. Uma excelente oportunidade para que se veja que a Matemática está realmente em toda parte e não é um “bicho-papão”!

Palavras-chave

Zoológico, estimativa de populações por CMR, meio ambiente, extinção, preservação de espécies.

Nível de ensino

Ensino Médio.

Componente curricular

Matemática.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Disciplinas relacionadas

Biologia e Geografia.

Aspectos relevantes do vídeo

- ❖ Mostrar a importância dos zoológicos na pesquisa, monitoramento e preservação da vida animal, ampliando a visão que se tem desses espaços, geralmente associados exclusivamente a entretenimento e exibição de animais.
- ❖ Reforçar que os Parques Zoológicos, abertos à visitação pública, têm uma importância muito grande nos processos de pesquisa e preservação. A manutenção de espécies ameaçadas de extinção, com objetivos de reprodução, aumentando as populações possibilita que aumente o conhecimento acumulado sobre essas espécies. Isso é básico para facilitar a criação de programas de reintrodução de animais na natureza, a partir da reprodução assistida em cativeiro que culmina com o nascimento, caso o nível de extinção atinja o patamar de Extinto na Natureza.
- ❖ A importância desse espaço no combate da extinção de várias espécies de animais, por meio da reprodução assistida em cativeiro.
- ❖ Abordar o método CMR, captura-marcação-recaptura, um dos mais usados para se estimar o tamanho de uma população de animais, apresentando uma relação matemática que fornece uma estimativa a partir de duas capturas.
- ❖ Tocar na questão das limitações de um modelo matemático quando aplicado a fenômenos reais complexos.
- ❖ Associar conceitos de classificação de espécies às propriedades e operações entre conjuntos, já ensinados nos ensinos fundamental e médio.
- ❖ Abordar a extinção das espécies, apresentando as categorias de risco com parâmetros específicos baseados em princípios de contagem que definem em que situação se enquadra uma espécie que venha sendo monitorada.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Duração da atividade

Duas horas-aula.

O que o aluno poderá aprender com esta aula

Como estimar uma população a partir do método da captura-marcação-recaptura, lidando com conceitos como estimativa, erro padrão e intervalo de confiança de uma maneira experimental e introdutória.

Conhecimentos prévios que devem ser trabalhados pelo professor com o aluno

Álgebra do ensino fundamental.

Proporcionalidade.

Estatística: médias e desvio padrão.

Estratégias e recursos da aula/descrição das atividades

Caro(a) professor(a), apresentaremos algumas sugestões de atividades para dar suporte à exibição do episódio “Matemática no Zoológico”. Nossa ideia é sugerir uma aula em que os alunos explorarão conceitos elementares de estatística, por meio de uma atividade envolvendo a estimativa de uma população e utilizando o método mais simples de captura-marcação-recaptura. Para simplificar, em vez de capturarmos animais em um jardim, aquário, bosque ou até mesmo em uma floresta, utilizaremos feijões em um recipiente. Aplicaremos o método mais simples dessa abordagem, conhecido como estimador de Lincoln/Petersen, para estimar a população, a incerteza dessa estimativa e um intervalo de confiança. Esse é o método apresentado nesse episódio.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Em geral, procuraremos indicar a duração de cada atividade para auxiliá-lo em seu planejamento. Lembre-se de que estas sugestões podem e devem ser adaptadas à sua realidade. Apresente seu planejamento ao professor de Biologia ou Geografia e peça sugestões para tornar sua abordagem mais interdisciplinar!



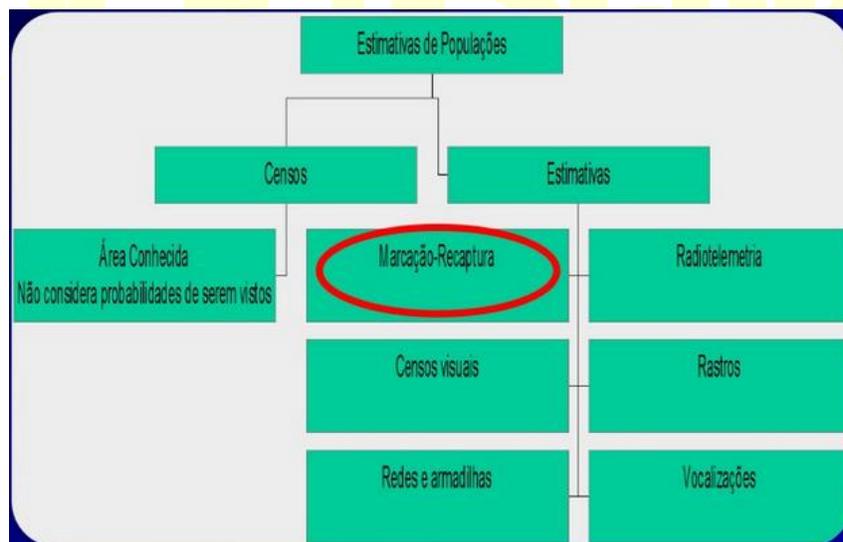
A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Aula 01 – “Estimando populações: método da marcação e recaptura”

Caro professor(a), antes de passarmos à atividade, gostaríamos de conversar um pouco mais, mesmo que de forma introdutória, sobre o processo apresentado nesse episódio sobre o método de estimação de populações por marcação e recaptura.

Uma pergunta importante no estudo de uma população é: quantos indivíduos tem essa população? Para muitas é normalmente impossível determinar o seu tamanho por contagens diretas de todos os indivíduos. Isto se aplica principalmente a populações cujos indivíduos são difíceis de observar ou que tenham uma elevada mobilidade. O tamanho da população pode, no entanto, ser estimado por várias técnicas, entre as quais, a “marcação-recaptura” é a mais conhecida.



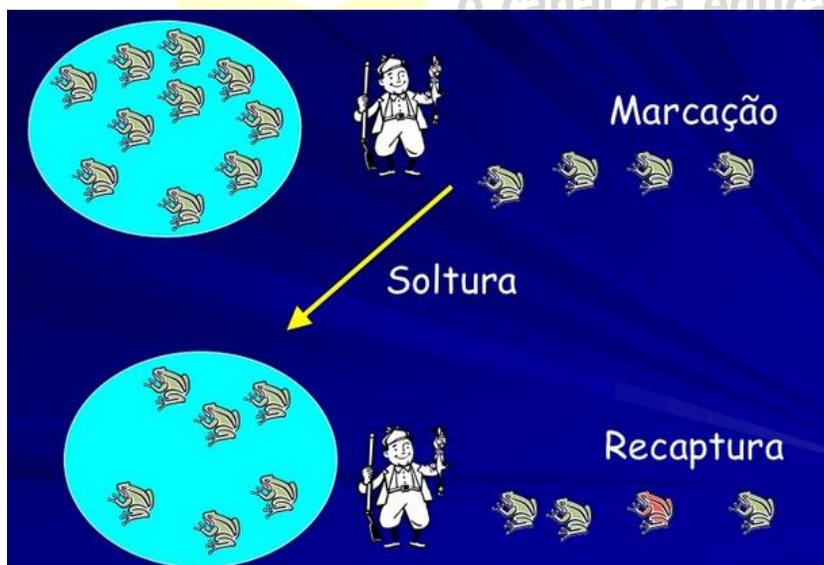
Classificação de métodos censitários e de estimação de populações. Disponível em <http://www.slideshare.net/popecologia/lincoln-7874269>

A técnica mais simples envolvendo esse processo é conhecida como estimador de **Lincoln/Petersen** e se baseia na seguinte ideia: em um determinado momento $i=1$, o

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.

pesquisador captura, marca e solta uma amostra de N_1 animais, parte de uma população com um número desconhecido N de indivíduos, que queremos estimar. Em um momento posterior, $i = 2$, o pesquisador captura uma segunda amostra, formada de N_2 animais, dos quais m foram recapturados, e, portanto, foram marcados na primeira captura.

É intuitivo pensar que, se muitos dos capturados na segunda vez são marcados, então o pesquisador já havia capturado e marcado uma alta proporção da população. Da mesma forma, se poucos dos capturados na segunda vez são marcados, então os marcados na primeira captura representam uma pequena parte da população. A partir dessa ideia, esse estimador diz que a razão entre o número de animais capturados na primeira vez e a população de animais é igual à razão entre o número de animais recapturados pelo número de capturados na segunda vez.



Método por CMR. Disponível em < <http://www.slideshare.net/popecologia/lincoln-7874269> >



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Assim, a população é diretamente proporcional ao número de animais capturados em cada captura e inversamente proporcional ao número de animais recapturados. Matematicamente temos:

$$\frac{N1}{N} = \frac{m}{N2}$$

$$N = \frac{N1 \times N2}{m}$$

$$\text{População (N)} = \frac{\text{Primeira Captura (N1)} \times \text{Segunda Captura (N2)}}{\text{Animais recapturados (m)}}$$

Essa estimativa sugere que o percentual de capturados na primeira vez em relação ao total de animais será igual ao percentual de marcados (recapturados) em relação aos capturados na segunda vez. Essa ideia já havia sido utilizada por Laplace para estimar a população da França em 1783, e foi sugerida por Petersen em 1896 e popularizada por F. Lincoln a partir de 1930, conforme Fernandez (1995, p. 5).

É importante lembrar que esse método gera uma estimativa, e estimativas sempre possuem uma incerteza. Vejamos um exemplo em que calcularemos a estimativa de uma população, seu grau de incerteza e um intervalo de confiança para o número de indivíduos dessa população.

Exemplo: Queremos estimar uma população de araras, e para isso vamos supor que um biólogo conseguiu capturar e marcar 25 araras. Depois disso, devolveu as aves ao seu habitat. Após duas semanas, tempo suficiente para que as araras se misturassem

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

novamente na população, sem que morressem, ele fez uma segunda captura, dessa vez capturando 18 araras, das quais 7 já estavam marcadas, ou seja, foram recapturadas. Desta forma, a estimativa da população local seria dada pela fórmula:

$$\begin{aligned} \text{População } (N) &= \frac{\text{Primeira Captura } (N1) \times \text{Segunda Captura } (N2)}{\text{Animais já Marcados na Segunda Captura } (M2)} \\ &= \frac{25 \times 18}{7} \cong 64,28 \end{aligned}$$

Ou seja, a população local de araras é de aproximadamente 65 animais. Em toda estimativa existe um grau de incerteza, um erro padrão, que pode ser estimado pela fórmula:

$$\begin{aligned} \text{Erro Padrão } (EP) &= \sqrt{\frac{N1 \times N2 \times (N1 - M2) \times (N2 - M2)}{M2^3}} \\ &= \sqrt{\frac{25 \times 18 \times (25 - 7) \times (18 - 7)}{7^3}} \cong 16,11 \end{aligned}$$

Agora, para garantirmos que o intervalo tenha 95% de confiança, basta usar uma última fórmula:

$$\text{Intervalo de Confiança } (IC) = N \pm 1,96 \times EP$$

Calculando esse intervalo, temos:

$$IC = N \pm 1,96 \times EP = 64,28 \pm 1,96 \times 16,11 \cong 64 \pm 31$$

Ou seja, a população de araras está no intervalo entre 33 e 95 com 95% de confiança.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Para esse estimador funcionar bem (ter boa acurácia), é necessário que algumas condições sejam atendidas:

- (1) A probabilidade de captura é igual para todos os indivíduos de uma população.
- (2) As marcações não afetam os organismos, particularmente no que diz respeito à sua sobrevivência e probabilidade de uma segunda captura.
- (3) As populações devem ser relativamente fechadas, ou seja, durante as estimativas não deverão existir movimentos migratórios significativos *de e para* a população em estudo.
- (4) O número de nascimentos e mortes deve ser baixo durante o estudo.
- (5) Os indivíduos marcados devem distribuir-se homogeneamente na população.
- (6) O número de recapturas deve ser elevado para se ter uma boa estimativa da população.

Apesar de ser pouco sofisticado, e extremamente dependente desses pressupostos, esse estimador ainda é amplamente utilizado pelos pesquisadores. Mas, na prática, dificilmente pode-se garantir que todas essas condições sejam atendidas. Por isso, diversas outras técnicas foram sendo propostas, nas últimas décadas, para se estimar populações. Em uma sala de aula do Ensino Médio, por exemplo, seria interessante comentar que, ao se usar um modelo matemático para descrever fenômenos reais, vários pressupostos apoiam um modelo, e muitos fatores não são levados em consideração na modelagem do problema. O modelo matemático é uma simplificação da realidade, que permite obter respostas parciais sobre a realidade. Para maiores detalhes, ver o texto de Fernandez (1995).

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Atividade: Estimando populações

Essa atividade está dividida em dois momentos. Para sua realização, sugerimos que os alunos sejam divididos em grupos de dois ou três, e tenham em mãos:

- 1) A lista de atividades.
- 2) Aproximadamente meio quilo de feijão.
- 3) Material para marcar os feijões que serão “capturados”, como tinta, guache, esmalte, canetinha (hidrocor), corretivo líquido, fita adesiva etc.

1º Momento: Exibição do episódio completo (\cong 15 minutos)

Exiba a primeira parte do episódio “Matemática no Zoológico”	
Imagem Inicial (0:05)	Imagem final(11:40)

2º Momento (70 minutos)

Nesse momento, os alunos vão “pôr a mão na massa”, digo, nos feijões. Para isso, é muito importante que:

- Os grupos sejam organizados;
- O espaço da sala de aula seja organizado de modo que o professor possa transitar entre os grupos.
- Uma conversa sobre o vídeo seja trocada com os alunos, para que a atividade seja disparada logo em seguida. O texto que apresentamos antes pode ser trabalhado com os alunos antes da entrega e disparo da lista de atividades I.

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Folha de Atividades

Estimando populações: método da marcação e recaptura

- 1) Colocar os feijões (cerca de 500 gramas) em um recipiente, que pode ser a embalagem original.
- 2) Retirar 25 feijões do saco e marcá-los com o material. Devolver os feijões ao recipiente, misturar e retirar novamente 25 feijões. Calcular o número total de feijões, de acordo com o Índice de Lincoln-Petersen. Registrar os dados na tabela ao final da folha.
- 3) Realizar simulações variando o número de feijões marcados pela primeira vez e o número de amostrados, de acordo com a tabela a seguir.

Nº marcados (M)	Nº recuperados (c)	Nº marcados nos recuperados (m)	Tamanho da população (P)	Limite superior (EP+P)	Limite inferior (EP-P)	Tamanho real da população
25	25					
50	25					
25	50					
50	50					

- 4) Após os cálculos, é hora de verificar se a estimativa está boa. Em nosso caso, é possível saber exatamente o número total de feijões. Basta contar um a um. Divida os feijões entre os integrantes do grupo e comecem a contar.
- 5) Qual foi a conclusão?

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Professor(a), esperamos que essa proposta tenha ampliado suas ideias. Tenha em mente que é totalmente possível mudar o que foi proposto, alterar a ordem, excluir ou incluir assuntos etc. O mais importante é adequar a proposta à realidade de sua turma. Os nossos e-mails são ivailmuniz@gmail.com e fernandovillar@ufrj.br. Por favor, entre em contato para informar o que achou desta dica pedagógica e se a utilizou em suas aulas. O seu retorno é muito importante para a Rede da TV ESCOLA.

Questões para discussão

Quais espécies da fauna brasileira estão em extinção?

Quais as pesquisas envolvendo a compreensão e a preservação dos animais são realizadas no zoológico mais próximo da sua região?

Existem outros métodos de marcação e recaptura. Peça aos alunos para apresentá-los após uma pesquisa.

Como a geografia de cada habitat influencia na preservação da espécie que nele habitam?

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**

Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.



Vídeos da TV Escola

DICAS PEDAGÓGICAS

Referências

ECOLOGIALAB. Disponível em <<http://ecologicalab.tripod.com/id19.html>>

FERNANDEZ, Fernando. Métodos para estimativas de parâmetros populacionais por captura, marcação e recaptura. *Oecologia brasiliensis*, v. 2, n. 1, p. 1, 1995. Disponível em <http://dialnet.unirioja.es/servlet/dfichero_articulo?codigo=2886983> Acessado em 15 de março de 2013.

FOWLER, HAROLD. Ecologia de Populações: Marcação e Recaptura. Disponível em: www.slideshare.net/popecologia/lincoln-7874269. Acessado em 15 de março de 2013.

GRAÇA, Manuel A. S., CANHOTO, Cristina. *Determinação do tamanho de uma população: marcação e recaptura. Exercícios Práticos*. Universidade de Coimbra, 2008. Disponível em <<https://woc.uc.pt/zoologia>> Acessado em 15 de março de 2013.

Consultores: Ivail Muniz Junior e Fernando Celso Villar Marinho

A TV Escola leva até a sua sala de aula os melhores documentários e séries de conteúdo educativo. Acompanhe nossa programação no **Canal 123 da Embratel**, no **Canal 112 da SKY**, no **Canal 694 da Telefônica TV Digital** ou gratuitamente sintonizando sua **antena parabólica: analógica - Hor /Freq. 3770 e digital banda C Vert /Freq. 3965**
Na internet acesse <http://tvescola.mec.gov.br> e assista ao vivo, 24 horas.