



Matemática

Números Naturais

fascículo 1

Elizabeth Belfort
Mônica Mandarino
Ilustrador - Leonardo Cordeiro da Rocha

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Sumário

Apresentação do Fascículo 1	6
Roteiro de trabalho para o primeiro encontro	7
Nosso primeiro encontro	7
Pensando Juntos	7
Trabalhando em grupo	8
1. Texto para leitura	8
2. O olhar dos alunos	9
3. Ajudando seu aluno a conceituar números naturais	10
Nossas conclusões	11
Roteiro de trabalho individual para o Fascículo	12
Parte 1: O sistema de numeração decimal	12
Seção 1: O sistema de numeração decimal e a importância do zero	12
Seção 2: Atividades para compreensão do sistema de numeração.....	14
Seção 3: A ordenação dos números naturais	16
Seção 4: A reta numérica	17
Seção 5: As centenas	17
Seção 6: Outros recursos	18
Material dourado	18
O Quadro Valor de Lugar (QVL)	19
Parte 2: Preparando para a adição e a subtração	20
Seção 1: Os conceitos de adição e subtração	20
Seção 2: Ações associadas às operações de adição e subtração.....	20
Atividades que envolvem a ação de juntar	20
Atividades que envolvem a ação de acrescentar.....	21
Atividades que envolvem a ação de retirar	21
Atividades que envolvem a ação de comparar	22
Atividades que envolvem a ação de completar.....	22
Seção 3: Os fatos básicos e seu aprendizado	24
Conte histórias	24
Dominó da adição	24
Adivinhe a carta escondida	25
Conferindo resultados com a calculadora	25
Lembre-se.....	26
Bibliografia complementar para a professora e o professor...	27

Apresentação do Fascículo 1

Cara professora ou caro professor, antes de você iniciar o seu trabalho neste fascículo, gostaríamos de apontar alguns dos pressupostos deste material. Em primeiro lugar, acreditamos que a Matemática é parte essencial da bagagem de todo cidadão com atuação crítica na sociedade. Num mundo cada vez mais complexo é preciso estimular e desenvolver habilidades que permitam resolver problemas, lidar com informações numéricas para tomar decisões, fazer inferências, opinar sobre temas diversos, desenvolvendo capacidades de comunicação e de trabalho coletivo, sempre de forma crítica e independente.

Em qualquer atividade, o cidadão vai encontrar situações nas quais necessitará compreender, utilizar e reconstruir conceitos e procedimentos matemáticos. Assim, a Matemática escolar tem um papel formativo, ajudando a estruturar o pensamento e o raciocínio lógico. Além disso é uma ferramenta útil e com uma linguagem de expressão própria, necessária a diversas áreas do conhecimento. Em especial, a temática deste fascículo – Números Naturais – tem, nos anos iniciais de escolarização, um papel central neste processo.

Você vai notar que este material foi estruturado como uma conversa entre colegas de profissão que têm muito a trocar. Este fascículo não tem a pretensão de esgotar o tema, mas busca motivá-lo a repensar seus conhecimentos e sua prática de ensino para estes conteúdos. Ele foi elaborado com a esperança de contagiar você com nosso desejo de um ensino de Matemática mais eficiente, mais prazeroso para os alunos e que a nós, professoras e professores, forneça opções seguras e testadas para trilhar uma renovação sem muitos sobressaltos e incertezas. Esperamos, sobretudo, incentivá-lo a buscar novas oportunidades para continuar estudando e crescendo profissionalmente.

Acreditamos também que as experiências iniciais de uma criança costumam ser determinantes para sua atitude e interesse pela Matemática por toda sua vida. Assim, ao iniciar seu aluno no estudo dos números, você tem em mãos uma grande responsabilidade, e esperamos que este curso possa ajudá-lo a refletir sobre sua prática, buscando sempre seu aprimoramento profissional. As idéias exploradas no Fascículo 1 são oriundas do curso Números Naturais – Conteúdo e Forma, desenvolvido pelo LIMC, um dos Centros da Rede Nacional de Formação Continuada de Professores da Educação Básica na área de Ciências e Matemática. Como dispomos de menos tempo para o tema neste programa, foi necessário fazer escolhas. Assim, procuramos selecionar alguns dos conceitos e idéias fundamentais que poderão ajudar seus alunos a construir uma base sólida para continuar seus estudos. No entanto, por sua importância, o ensino de Números Naturais vai sempre exigir de você muita reflexão e uma busca constante por melhores estratégias de ensino.

A fim de que este material possa servir como fonte para você repensar suas aulas de Matemática, será necessário estabelecer um contato especial com as atividades sugeridas, explorando-as de diversos pontos de vista: como *aprendiz*, para perceber seu potencial de gerar interesse e compreensão; como *professora* ou *professor*, para perceber suas possibilidades didáticas e, finalmente, como *educadora* ou *educador*, para repensá-las, adaptando-as à sua realidade. Esperamos ainda estimular uma mudança de olhar sobre a produção de seus alunos e ajudar na reflexão sobre uma nova forma de avaliação, pois esta não deve se limitar à mera conferência de resultados. Para tal, apresentamos atividades desenvolvidas por alunos dos anos iniciais, a fim de que você possa comentar seus erros e acertos.

Para finalizar, lembramos ainda que a experimentação, seguida da reflexão e do debate, será o principal investimento feito durante o estudo deste fascículo em seu próprio aperfeiçoamento. Nossa meta principal é estimular uma reavaliação de sua compreensão de conceitos, gerando reflexão, autoconfiança e liberdade criativa. Mas tudo isso depende muito de você, professora ou professor.

Bom trabalho!

As autoras, Beth e Mônica

Fascículo 1 - Números Naturais

Roteiro de trabalho para o primeiro encontro

Nosso primeiro encontro

Observem atentamente a ilustração, que sugere uma forma de trabalho na sala de aula.

Cada participante deve se apresentar aos colegas e contar ao grupo algo sobre sua atuação profissional que a observação da imagem tenha lhe feito pensar.

Discutam outras formas de trabalho possíveis na sala de aula, façam um registro destas idéias, escolham uma delas e sugiram uma ilustração que a reflita.

Vamos agora saber um pouco mais sobre nosso trabalho, lendo o Guia do Curso e discutindo sua proposta.



Pensando Juntos

Os números em nossas vidas

Os números naturais estão presentes em nosso cotidiano e são utilizados com os mais diversos propósitos. Utilizamos os números para realizar contagens, ou seja, para responder a perguntas do tipo “quantos?” (“35 alunos”, “meu álbum já tem 148 figurinhas”, “tenho 7 reais a mais que você”, etc.). O conceito de número ajuda ainda a identificar um objeto de uma coleção ordenada, respondendo a perguntas do tipo “qual?” (“o quinto andar”, “o décimo quarto na fila de espera”, etc.).



Mas há outras aplicações em que a estrutura dos números naturais não é aproveitada; nelas, eles são usados apenas como um sistema eficiente de códigos. Nestes casos, apesar de chamarmos estes registros de números (número do telefone, número do ônibus, etc.) não faz sentido compará-los (dizer “meu número de telefone é maior do que o seu!” não tem nenhum significado prático).

A construção dos números naturais pela criança é a base para a ampliação do campo numérico que a vida em sociedade exige, como os números inteiros e racionais. As experiências iniciais são muito importantes neste longo processo, e cabe à escola ajudar na construção do pensamento matemático da criança. Sua sala de aula deve ser um lugar especial, que dá boas-vindas à Matemática, enriquecendo e sistematizando as experiências vividas dentro e fora desse espaço.



Tarefa 1

Exemplifique alguns outros usos de números no cotidiano.

Trabalhando em grupo

1. Texto para leitura - Os números e sua representação

Ninguém sabe exatamente quando foram inventados os primeiros registros numéricos; sabe-se, porém, que povos pré-históricos, antes mesmo de possuírem uma linguagem escrita, grafavam o resultado de suas contagens, ou então grafavam o próprio ato de contar.

Não sabemos ao certo, mas podemos imaginar histórias sobre o uso primitivo de contagens – anteriores até mesmo aos primeiros símbolos grafados. Imagine um pastor de ovelhas, preocupado em não perder nenhum animal de seu rebanho. Assim, ao soltá-las no pasto

pela manhã, ele colocava uma pedrinha em um saco para cada ovelha que saía do cercado. Ao anoitecer, ao recolher os animais, era só retirar uma pedra para cada ovelha reconduzida ao cercado. Se não sobrasse nenhuma pedra, todas as ovelhas estariam a salvo. Caso contrário, era hora de sair à procura de ovelhas desgarradas. Cada pedra restante no saco correspondia a uma ovelha que não havia retornado.

Se tais pastores realmente existiram ou são apenas lendas, uma idéia muito importante em Matemática foi contada: associar uma pedra a cada ovelha, permitia ao pastor “conferir” seu rebanho e tomar providências, quando necessárias, para recuperar animais perdidos.

Como a idéia de passar o dia carregando um saco de pedras não é das mais agradáveis, seria interessante trocar essas pedras por algo mais leve. Talvez por isso tenha surgido outra boa idéia – pensar que três ovelhas poderiam ser representadas por um registro gráfico, como $|||$. Além disso, este mesmo registro serviria para três pássaros, três pedras ou qualquer outro conjunto de três objetos.

Usar um mesmo registro para uma mesma quantidade de coisas diferentes (uma construção abstrata!) foi um grande avanço. O homem ainda se deparou, no entanto, com a necessidade de registrar quantidades cada vez maiores – um novo desafio, pois seus registros eram limitados (pedras, entalhes, partes do corpo humano, desenhos, etc.). O difícil problema a ser resolvido pelo ser humano foi, então, como designar números cada vez maiores, usando poucos símbolos? Esta tarefa foi cumprida com registros concretos e depois registros orais (fala) e por escrito. Muitas civilizações, ao longo da história, criaram seus próprios registros, até que se chegou à forma de grafar os números que utilizamos até hoje, um sistema posicional, denominado Sistema Decimal de Numeração, que vamos rever neste fascículo.

Esta conversa inicial sobre os números já nos faz imaginar que os homens passaram por várias etapas e dificuldades no desenvolvimento da Matemática. Sabe-se também que nem sempre as dificuldades e os impasses foram contornados ou solucionados com eficiência e rapidez. Um processo similar acontece com cada aluno, que vai reconstruir este conhecimento passando por erros e acertos.



Tarefa 2

O texto tratou de representações dos números. Além disso, vocês leram que nosso sistema é decimal e posicional. Agora, expliquem com suas próprias palavras o que esta afirmação significa.

2. O olhar dos alunos

Você já observou crianças pequenas contando? Quando contam uma coleção de objetos, “recitam” números, muitas vezes “saltando” alguns e repetindo outros. Se os objetos estão espalhados, elas costumam contar alguns objetos mais de uma vez e deixar de contar outros. Além disso, não é claro para algumas quando devem parar a contagem. Crianças neste estágio ainda não desenvolveram o conceito de número, mas ele está presente em suas vidas – e isso incentiva suas primeiras tentativas de contagem. As crianças levam para a escola essa “vontade” de contar, que deve ser incentivada e explorada. A seguir, vamos relatar alguns casos que exemplificam diferentes etapas da construção do conceito de números pelas crianças.

Episódio 1

A professora deu um montinho de 6 fichas para Alice e um de 7 fichas para Daniel. A professora pergunta quem ganhou mais fichas. Alice e Daniel organizam suas fichas lado a lado, como você pode ver na ilustração, e respondem:

- Alice: “O Dani.”
- Daniel: “Eu! ... Tenho 7 e Alice só tem 6.”

Quando questionados sobre *quantas fichas Daniel tem a mais do que Alice*, eles respondem:

- Alice: “Sete” (apontando para a ficha não emparelhada)
- Daniel: “Uma” (apontando para a mesma ficha)

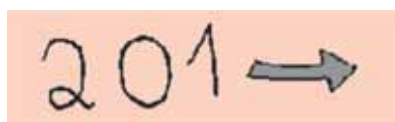


Tarefa 3

Vamos analisar o trabalho de Alice. O que ela acerta? Por que ela erra?

Episódio 2

Juliana tenta escrever vinte e um, número ditado por sua professora. Veja o resultado e os comentários feitos por ela:



2 ▶ o dois é usado no vinte porque depois de um vem dois. O 17, 16 e 19 são com um, então o vinte é com dois”

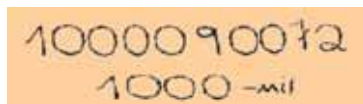
Observe que Juliana escreve errado o número 21, mas justifica, por comparação com outros números, o uso do algarismo dois para escrever o vinte.

Tarefa 4

Vamos analisar o trabalho de Juliana. O que ela acerta? Por que ela erra?

Episódio 3

Mariana tentou escrever o ano de nascimento de sua mãe: 1972. Veja o resultado, e os comentários dela:



▶ “O zero – ele que dá o mil. O um – se ele não for companheiro do zero, não fica mil – fica um”

Tarefa 5

Vamos analisar o trabalho de Mariana. O que ela acerta? Por que ela erra?

3. Ajudando seu aluno a conceituar números naturais

a) Atividades de contagem

Da mesma forma que uma criança aprende a falar enquanto fala (corretamente ou não), ela deve aprender a contar enquanto conta. Aproveite as muitas oportunidades que aparecerem em sala de aula para contar. Sempre que for significativo para os alunos, conte (e peça para que as crianças contem) alunos, lápis, brinquedos, etc. Extrapole os limites de contagem das crianças (por exemplo, se elas só contam até 10, introduza contagens com 15 ou 20 elementos). Não espere até que seu aluno tenha o conceito pronto para fazer contagens (isso seria como pedir que uma criança só falasse quando já soubesse falar corretamente).

b) Atividades estabelecendo relações entre coleções diferentes

Estas atividades (correspondência um a um entre os elementos de duas coleções) conduzem à comparação de quantidades e preparam para o conceito de igualdade e desigualdade entre números.

Por exemplo: Distribua para cada aluno 6 canetas e 6 tampas de caneta. Pergunte: “Há mais canetas do que tampas?”

Observe as estratégias utilizadas pelos alunos para comparar, pois algumas disposições espaciais podem causar dificuldades nos primeiros estágios. Peça, então, que os alunos retirem e coloquem as tampas nas canetas. Em seguida, repita a pergunta.

Repita este tipo de atividade, variando os materiais e as quantidades envolvidas, sempre permitindo que seus alunos desenvolvam suas próprias estratégias de comparação. Você pode usar, por exemplo: pires e xícaras, os próprios alunos e suas carteiras, pedras pequenas e pedras grandes, etc. Aos poucos, os alunos devem concluir que a quantidade de objetos é independente da forma e do tamanho (por exemplo: podem existir menos pedras grandes que pedras pequenas, embora, quando amontoadas, as pedras grandes ocupem um volume maior do que as pequenas).

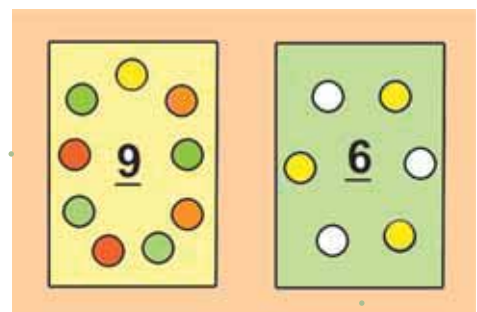


c) Atividades lúdicas

Explore o gosto das crianças por jogos e brincadeiras para criar situações de aprendizagem.

Por exemplo: Jogo MAIOR LEVA

Para este jogo são utilizados 40 cartões, como ilustrado ao lado, que apresentam a representação numérica e pictórica dos números de 1 até 10 (podemos também usar as cartas de um a dez de um baralho). Os cartões são divididos por duas crianças.



Cada criança abre um cartão de seu monte e os valores são comparados. Quem tiver o maior valor, fica com os dois cartões. Em caso de empate, novos cartões são abertos e o aluno que tiver o maior número nesta nova rodada ganha os quatro cartões. Ao final do jogo, ganha quem tiver mais cartões.

Crie variações deste jogo, usando novos cartões com números e representações pictóricas de cada valor para ampliar o limite numérico (até 20, por exemplo).



Tarefa 6

Releiam os episódios relatados na seção 2 - "A visão dos alunos".
Façam sugestões de ações da professora ou do professor que poderiam ajudar Alice, Mariana e Juliana a compreender melhor a representação numérica.

Nossas conclusões

Para preparar coletivamente um relatório deste dia de trabalho, não esqueçam de discutir:

- ▶ Pontos que merecem destaque, relacionados com as atividades realizadas (desafios, dificuldades, boas idéias, sugestões, inovações, etc.);
- ▶ O produto coletivo das Tarefas Presenciais (TP);
- ▶ Uma breve avaliação do trabalho realizado.

Relatório de memória do grupo de trabalho

Entregue este relatório e todos os materiais selecionados ao seu tutor.

Fascículo 1 - Números Naturais

Roteiro de trabalho individual

Nesta primeira quinzena, você vai continuar a explorar atividades que poderão ajudar seus alunos a compreender a representação numérica de nosso Sistema Decimal de Numeração. Você também vai refletir sobre os conceitos das operações de adição e de subtração, porque é importante valorizar atividades que exploram estes conceitos através de ações concretas, e porque estas atividades devem preceder a aprendizagem formal das operações e das estratégias de cálculo, que serão estudadas no Fascículo 2.

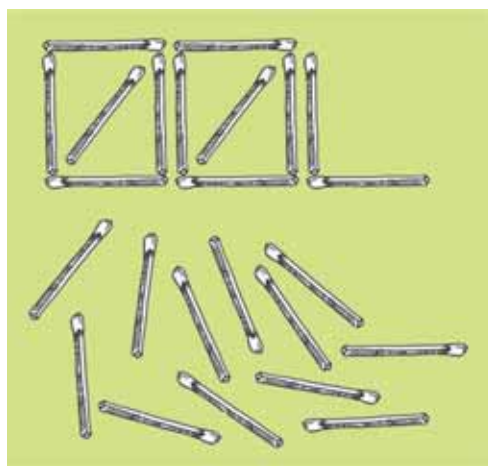
Enquanto você estiver estudando, pare para refletir sobre as sugestões de atividades que você pode utilizar em sua sala de aula. Vale a pena você adotar a postura de aluno e fazer, você mesmo, as atividades que ainda não conhece. Trabalhe atentamente com cada **tarefa individual** (que, daqui por diante, chamaremos apenas de **TI**) proposta, anotando suas soluções e impressões. No próximo encontro, você terá a oportunidade de discutir suas estratégias de resolução, reflexões e questionamentos no grupo de trabalho.

Parte 1: O sistema de numeração decimal

Seção 1: O sistema de numeração decimal e a importância do zero

O trabalho das crianças que você analisou no primeiro encontro mostra que elas estão ainda no processo de compreender como representamos os números – esse é um processo de muitas etapas e que exige pensar em muitas estratégias. A primeira grande estratégia para contar e representar é o **agrupamento**. Formar grupos organiza o que deve ser contado, tornando mais fácil não esquecer objetos e evitando que um mesmo objeto seja contado mais de uma vez. A figura ao lado ilustra a importância desta estratégia. Em qual das duas configurações você acha que é mais fácil contar o total de palitos de fósforo?

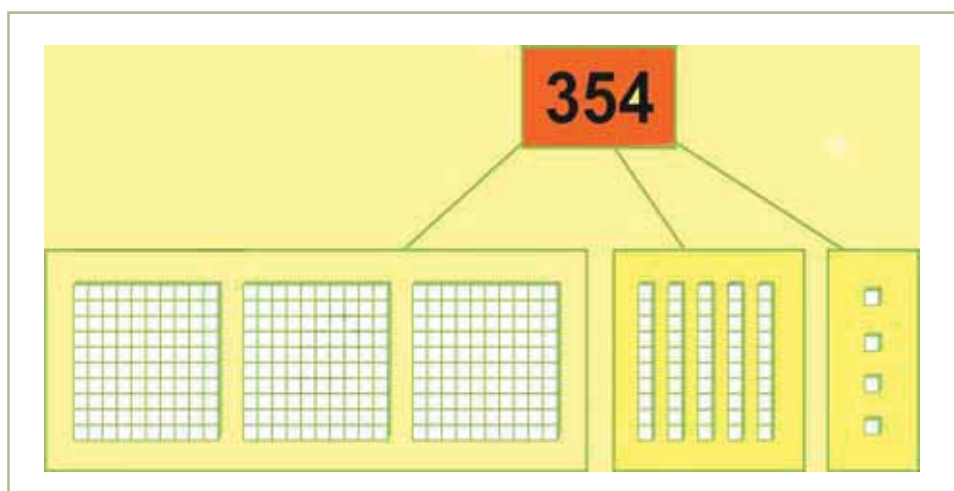
Nosso sistema de numeração está baseado em uma estratégia de agrupamento: juntamos dez unidades para formar uma dezena, dez dezenas para formar uma centena, dez centenas para formar um milhar, e assim por diante. Esse sistema é chamado **decimal** exatamente pela *escolha* de agrupar de dez em dez.



O fato de que o mesmo símbolo pode representar quantidades diferentes é uma grande vantagem de um sistema posicional. Utilizando apenas dez símbolos (os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0) somos capazes de representar qualquer número natural. O valor representado por um algarismo vai depender de sua posição na representação, por isso, o sistema é chamado **posicional**. Esta não é uma idéia simples, tanto que demorou muito tempo para ser desenvolvida pela humanidade, e precisa ser bem trabalhada com os alunos.

Para desenvolver um sistema posicional, o algarismo para representar o zero (0) é de importância fundamental. Essa idéia é a “chave” do sistema posicional: afinal, para que serve representar o “nada”? A seguir, vamos discutir a força desta idéia.

Examinando o sistema de numeração decimal, vemos que o significado de um símbolo depende da posição que ele ocupa. Observe o número trezentos e cinquenta e quatro: 354.



O símbolo colocado mais à direita da representação significa quatro unidades ou quatro.

O algarismo 5, colocado imediatamente à sua esquerda, significa:

- cinco dezenas, ou
- cinco grupos de dez unidades cada ou ainda
- cinqüenta unidades

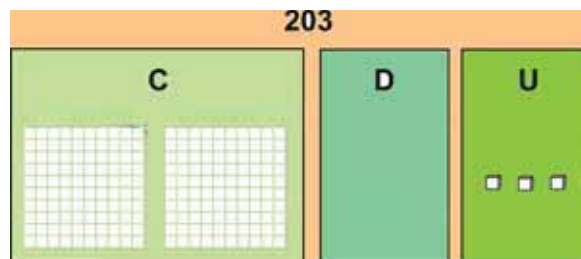
O próximo algarismo à esquerda do cinco é o 3, que significa:

- três centenas ou
- 3 grupos de uma centena cada, ou
- 30 grupos de uma dezena cada, ou ainda
- trezentas unidades

O quatro, o cinqüenta e o trezentos somam trezentos e cinqüenta e quatro, e isto é o que o 354 representa. Para escrever números como este, apenas nove símbolos seriam suficientes.

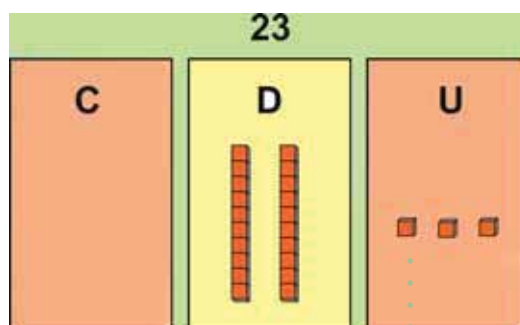
No entanto, se eu quiser escrever o número duzentos e três, não poderia escrever 23, pois estaria usando a mesma representação para duas quantidades diferentes. Esta é a representação que usamos para o número vinte e três (isto é: dois grupos de uma dezena e mais três unidades).

O número que queremos escrever tem 2 centenas, ou 20 dezenas (não sobram outras dezenas além daquelas que foram agrupadas em centenas) e tem ainda 3 unidades. Precisamos, então, usar um símbolo para representar o “**nada**”, a *ausência de dezenas não agrupadas em centenas*.



Quando escrevemos 203 acabamos com qualquer ambigüidade que pudesse existir entre a representação para duzentos e três e a representação de vinte e três. A figura ilustra como um material concreto (no caso, o material dourado) pode ajudar os alunos a compreender estas idéias.

Assim, além dos nove símbolos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, foi preciso acrescentar um símbolo para “nada”, para o zero (0). E, com apenas estes dez símbolos, qualquer número natural, por maior que seja, pode ser escrito em nosso sistema decimal e posicional.



É exigir muito das crianças que, só através da observação da representação simbólica dos números, consigam entender e analisar a necessidade de um sistema posicional. A compreensão do sistema de numeração, para o registro consciente de quantidades maiores do que 10, faz parte da construção do conceito dos números. A criança deve relacionar os símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5 ... 9 às quantidades que representam, ser capaz de ordenar estas quantidades, observando que o sucessor de um número tem sempre uma unidade a mais e compreender que estes mesmos algarismos são utilizados para representar todos os números naturais. Para isso, faz-se necessário um longo trabalho com material de contagem (palitos, canudinhos, pedrinhas, chapinhas, fichas, elásticos, caixinhas de vários tamanhos), com o qual ela possa fazer seus próprios agrupamentos e identificar os diferentes valores que um algarismo pode ter, dependendo da posição que ele ocupa em um número.



Selecione exemplos de trabalhos de alunos representando números. Comente-os e leve este material para discutir com o grupo de formação no próximo encontro.

Seção 2: Atividades para compreensão do sistema de numeração

Dê uma quantidade de palitos ou chapinhas maior que nove (fica a seu critério a quantidade), e peça às crianças que escrevam o símbolo que representa essa quantidade. Se, por exemplo, a quantidade for treze, crianças que ainda não assimilaram o significado da notação posicional podem até escrever 13, mas tal representação, muito provavelmente, decorre de observações informais do dia-a-dia. Você pode perguntar:

- “Por que esse número tem dois símbolos?”

- “O que quer dizer o um à esquerda do três?”

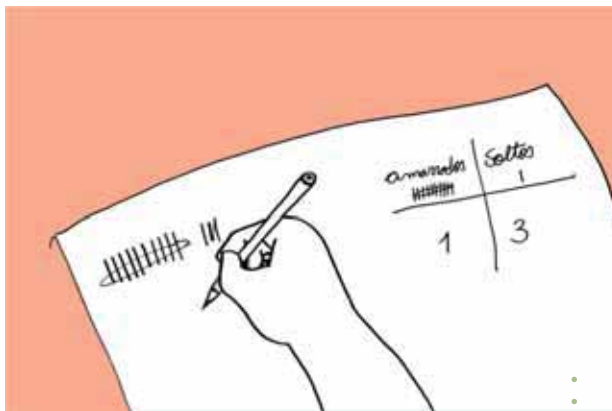
As respostas serão informais e podem variar bastante de um aluno para o outro. Mas a situação-problema está lançada, e cabe à professora ou ao professor auxiliá-los na descoberta. Coloque então vários palitos ou canudinhos (inicialmente menos do que 100) sobre uma mesa e dê elásticos ou pedaços de barbante para as crianças. Peça a elas para formarem grupos de dez palitos e depois amarrarem cada grupo de palitos com um elástico.

Faça diversas situações dessas, aumentando e diminuindo a quantidade de palitos (mas nunca ultrapassando 100 palitos). Após cada contagem, a criança deverá representar o que fez com desenho e anotar o resultado numa tabela como mostrado na figura.

Durante atividades de construção de conceitos matemáticos, se a professora ou o professor quiser estimular a reflexão, o raciocínio lógico e a observação independente, ele deve fazer perguntas, para verificar a compreensão do processo de agrupar quantidades. Por exemplo:

- “Para fazer um “montinho”, quantos palitos devo ter?” (10)
- “Quantos palitos no máximo podem ficar sem amarrar?” (9)
- “Se tenho dez palitos, que devo fazer com eles?” (amarrar, formando um grupo)

Peça que eles arrumem cada quantidade indicada. Repita essa atividade diversas vezes, sempre variando a quantidade. Use inicialmente palitos e outros materiais, como tampinhas e fichas, e depois faça com desenhos – a etapa de “passar para o papel” é muito importante para o início do desenvolvimento simbólico.



TI 2

Vamos explorar etiquetas com valores como **16** e **61**

Ao mostrar estas etiquetas para os alunos, que perguntas você poderia fazer para ajudar seus alunos a observarem a diferença existente entre esses dois registros numéricos de agrupamentos diferentes?

Depois de diversas atividades, como as descritas acima, volte à pergunta que deu início a todo esse processo, e compare a resposta que seus alunos são agora capazes de produzir com aquela que eles deram no momento inicial. Apresente o número 13 (ou aquele que você escolheu) e pergunte outra vez:

- “Por que esse número tem dois símbolos?”

- “O que quer dizer o um na frente do três?”

Lembre-se, no entanto, de que a *verbalização de um processo mental* nessa idade pode ser difícil, e permita que as crianças se expressem livremente, com suas próprias palavras.

Seção 3: A ordenação dos números naturais

Quando perguntamos a você qual dos dois números naturais abaixo é o maior

8768 e 20 211

você responde com facilidade. Isto acontece por ter compreendido uma das principais características do sistema decimal de numeração para números naturais – quanto mais algarismos houver, maior o número. É a compreensão de que nosso sistema é posicional que permite fazer uma primeira ordenação dos números naturais, decidindo qual é maior.

Da mesma forma que o significado da representação decimal dos números tem de ser aprendido pelos alunos, a ordenação destes números também necessita de tempo de trabalho e de reflexão, e a professora ou o professor deve estar atento a isto.

O trabalho com material concreto contribui para a descoberta de critérios de comparação e ordenação de quantidades. Fazendo corresponder a cada elemento de um grupo de objetos um elemento de outro grupo, o aluno se torna capaz de *ordenar* as duas coleções pela quantidade de objetos, decidindo se em uma delas há mais do que na outra, ou se ambas têm quantidades iguais. Desta forma, estamos ajudando nossos alunos a dar significado a relações importantes: “... há mais que ...”, “... há menos que ...”, “... há tantos quanto ...”.

Por exemplo: Dê uma certa quantidade de lápis e outra de borrachas para uma dupla de alunos e pergunte se há mais lápis do que borrachas. A estratégia de emparelhar os objetos ajuda o aluno a responder a esta pergunta.



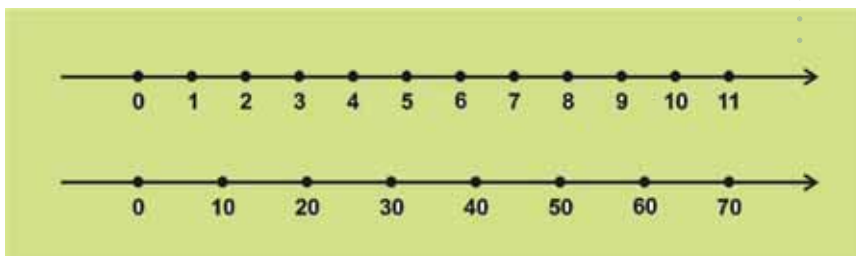
Ao associar a quantidade de objetos de cada uma das coleções a um número natural, o aluno estará construindo significado para a ordenação dos números. Outras relações importantes podem ser construídas: “qual vem antes de ...”, “qual vem depois de ...”, “qual vem imediatamente antes de ...”. Também é importante explorar perguntas tais como: “quantos a mais”, “quantos a menos”, etc. , que serão importantes para dar significado às operações com números naturais.

TI 3

Usando as idéias de comparação de coleções e contagem dos elementos de cada coleção, elabore uma atividade de ordenação de números naturais para os alunos.

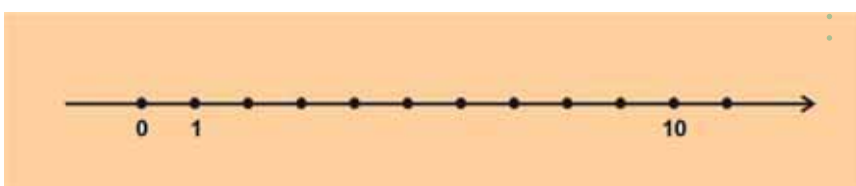
Seção 4: A reta numérica

A representação dos números em uma reta é um recurso valioso em Matemática. Experiências com este modelo podem se iniciar bem cedo, utilizando recursos concretos, como barbantes, passos sobre uma linha desenhada no chão, etc. Observe que a reta numérica ajuda a visualizar a ordenação dos números naturais.



Nas primeiras experiências, é importante iniciar sempre do zero e os alunos devem perceber que se deve usar espaços iguais entre as marcas que representam intervalos iguais. A reta numérica é um excelente apoio visual para as atividades de ordenação de números naturais.

Por exemplo: Peça que os alunos marquem na reta os números 4, 7 e 11.



A reta numérica também contribui muito para ajudar seus alunos a compreender e realizar as operações com números naturais, como veremos no Fascículo 2.



Elabore uma atividade lúdica de ordenação de números naturais na reta numérica.

Seção 5: As centenas

Quando os alunos já estiverem trabalhando números com dois algarismos com mais facilidade, faça os agrupamentos com quantidades maiores que 99, utilizando o mesmo processo adotado até o momento. Nesta etapa, é fundamental enfatizar que a “regra do jogo” precisa ser mantida, ou seja, em nosso sistema de numeração usamos agrupamentos de 10 em 10. Assim, os alunos devem perceber que, ao completarem dez grupos de dez, é preciso fazer um novo agrupamento de outra ordem, ou seja, um grupão de grupos de dez. O novo grupão, que conterà 100 unidades ou dez dezenas, será representado por um algarismo em uma nova casa decimal, uma nova ordem.

Sugestão: Quando houver necessidade de uma quantidade muito grande de palitos, negocie com as crianças a troca de grupos e grupões por palitos coloridos. Mesmo assim, é preciso ter bastante material que represente as unidades e as dezenas, pois o aluno deve experimentar algumas trocas concretamente. Por exemplo:

- 1 palito natural vale 1 unidade.
- 1 palito vermelho vale 10 palitos naturais, logo, 10 unidades.
- 1 palito azul vale 10 vermelhos, ou seja, 100 naturais. Portanto, 100 unidades.



Descreva pelo menos quatro representações diferentes para o número 984 usando materiais concretos.

Seção 6: Outros recursos

Lembre-se de que nosso sistema de numeração levou séculos para ser construído. Portanto, é necessário que a criança vivencie de diversos modos esse aprendizado, com diversos materiais. Quanto mais modelos utilizar, mais o pensamento da criança se torna flexível e mais fácil será chegar a um conceito mais abstrato, que poderá ser usado em novas situações. A seguir, apresentamos alguns exemplos de materiais, dentre muitas possibilidades.

Material Dourado

Este material, também conhecido como material montessoriano de contagem, é composto de cubos, barras e placas de madeira, de modo que:

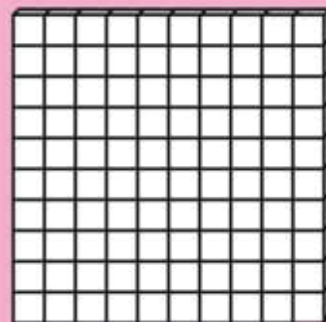
· um cubo pequeno, de 1 cm x 1cm x 1 cm, representa a unidade.



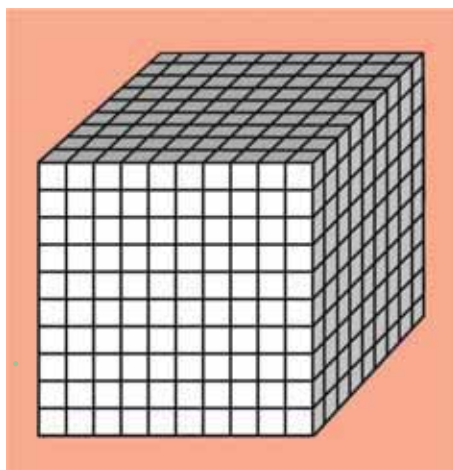
· uma barra, com 10 cubos unidos, representa 1 dezena.



· uma placa com 100 cubos unidos (ou 10 barras unidas) representa a centena.



· um cubo grande, com 1.000 cubos pequenos (ou 10 placas unidas ou 100 barras unidas) representa o milhar.

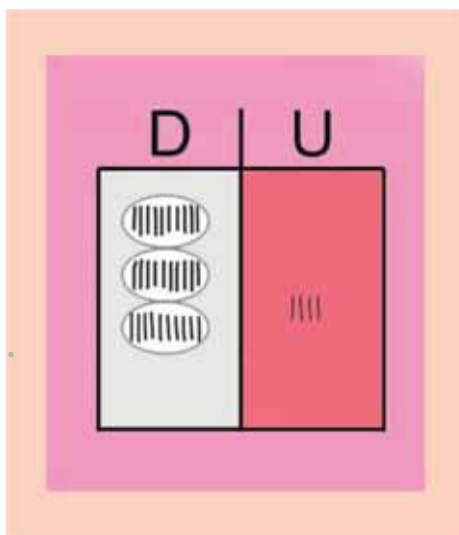


Se você encontrar dificuldade em conseguir os cubos e barras de madeira, use cartões em que os quadradinhos são desenhados, formando as unidades, dezenas e centenas. Em um segundo momento, as crianças podem também passar a representar este material na forma de desenhos – estas idéias e estas representações serão bem exploradas ao trabalharmos com as operações de números naturais, no Fascículo 2.



O Quadro Valor de Lugar (QVL)

O QVL, mostrado na ilustração ao lado, é um recurso que reforça o significado da representação posicional decimal. Ao montar uma tabela na qual estão indicadas claramente as ordens decimais (unidade, dezena, centena, etc.) o aluno pode fazer e desfazer agrupamentos, representar com desenho estes agrupamentos e dar significado aos números escritos no sistema decimal de numeração.



O QVL deve acompanhar os alunos durante todo o aprendizado do sistema decimal de numeração e dos algoritmos das operações com números naturais. Ele ainda poderá voltar a ser utilizado quando este sistema for ampliado no estudo de decimais, para incluir as ordens menores que a unidade (décimos, centésimos, etc.). Embora você deva, aos poucos, incentivar seus alunos a não usar sempre materiais concretos, tais recursos serão úteis toda vez que for introduzida uma nova ordem decimal, ou quando os alunos demonstrarem dificuldades na compreensão do valor posicional.

TI 6

Explique por que é errado dizer que o número 28 tem 8 unidades. Quantas unidades tem 28? Qual é o significado correto do algarismo 8, em 28?

TI 7

Explique por que é errado dizer que o número 234 tem 3 dezenas. Quantas dezenas tem 234? Qual é o significado correto do algarismo 3, em 234?

TI 8

Elabore uma atividade, explorando recursos discutidos neste fascículo, para ajudar seus alunos a compreender que há unidades agrupadas nas dezenas, dezenas agrupadas nas centenas, e assim por diante.

Parte 2: Preparando para a adição e a subtração

Seção 1: Os conceitos de adição e subtração

A conceituação da operação de adição serve de base para boa parte de aprendizagens futuras em Matemática. A criança deve passar por várias experiências concretas envolvendo o conceito da adição para que ela possa interiorizá-lo e transferi-lo para a aprendizagem do algoritmo, que vem a ser um mecanismo de cálculo. A conceituação da operação de subtração deve ser feita paralelamente, já que em atividades concretas a exploração dos dois tipos de conceitos é muito natural. Além disso, não podemos deixar escapar a oportunidade que o aluno tem de ver, na prática, que a subtração e a adição são operações inversas. Por exemplo, quando reúne objetos para desenvolver o significado da adição, a criança sente que pode também separá-los. Assim, ela vê que se $4 + 2 = 6$, vale também que $6 - 2 = 4$.

Quando desenvolve o conceito de número, a criança verifica, por exemplo, que pode arrumar cinco palitos como “quatro e um” ou “três e dois”. Tais experiências devem ser enriquecidas, para que a criança possa registrá-las mais tarde, em linguagem matemática como: $4 + 1 = 5$ e $3 + 2 = 5$. A professora ou o professor terá de oferecer inúmeras oportunidades concretas para que a criança comece a exprimir experiências em linguagem matemática. Assim, quando ela escreve $4 + 3 = 7$, esta ação deve refletir uma experiência e não uma simples informação transmitida pela professora ou pelo professor.



Na seção 3 da Parte I, afirmamos que perguntas como: “quantos a mais” e “quantos a menos” ajudam a dar significado às operações. Discuta a qual operação cada uma destas perguntas está associada.

Seção 2: Ações associadas às operações de adição e subtração

A adição corresponde sempre a dois tipos básicos de ação: juntar (ou reunir) ou então acrescentar, enquanto a subtração corresponde às ações de: retirar, comparar ou completar. É muito importante que as crianças vivenciem experiências envolvendo *todos* estes tipos de ação. A dificuldade que os alunos sentem na resolução de problemas, expressada muitas vezes pela pergunta “que conta devo fazer?”, é causada, principalmente, pela falta de experiências concretas variadas.

Atividades que envolvem a ação de juntar

Utilize materiais concretos como chapinhas, palitos, botões, grãos e pedrinhas e uma folha de papel para cada aluno, na qual estão desenhados três círculos de cores diferentes (azul, vermelho e verde, por exemplo). Peça às crianças que coloquem 3 lápis no círculo vermelho e 2 no círculo azul. Feito isto, peça que juntem todos os lápis no círculo verde e pergunte: “quantos lápis estão reunidos no círculo verde?”.

Explore atividades lúdicas, como por exemplo o “**jogo de esconder**”. Neste jogo, distribua um certo número de objetos do mesmo tipo para cada dupla de alunos (podem ser 9 no primeiro

momento, e mais tarde uma quantidade maior). Diga às crianças que o jogo tem as seguintes regras:

- a) um aluno apresenta ao seu colega uma certa quantidade de fichas (ou do objeto que estiver sendo utilizando) arrumadas em dois grupos – as fichas não utilizadas permanecem escondidas da vista do outro jogador.
- b) Depois que o colega observar, junta as fichas e cobre-as com uma folha de papel.
- c) O outro aluno que joga deve dizer o total de fichas que ficou embaixo da folha.
- d) Em seguida, os dois alunos levantam a folha e conferem o resultado. Para cada resultado correto será marcado um ponto para o jogador.
- e) A turma faz 10 jogadas, revezando sempre o aluno jogador. Depois os pontos são contados para se determinar o vencedor da partida.

TI 10

Crie um jogo com a idéia de juntar e que possa ser desenvolvido na área externa de sua escola, envolvendo a participação corporal das crianças.

Atividades que envolvem a ação de acrescentar

Uma forma interessante de se trabalhar é contar histórias, usando, por exemplo, flanelografuras.

Por exemplo: “Havia 5 patinhos no lago”. Peça que um aluno venha à frente e prenda cinco patinhos no flanelógrafo, de forma que as outras crianças acompanhem a tarefa. Continue contando: “Chegaram mais dois patinhos”. Outro aluno deve fazer a ação de acrescentar os novos patinhos ao flanelógrafo. Pergunte então, no final: “quantos patinhos estão agora no lago?”.

Ações de acrescentar são também bastante comuns em situações que ocorrem no cotidiano da sala de aula. A professora ou o professor atento pode registrar estas ocorrências e fazer perguntas.

TI 11

Exemplifique pelo menos duas situações possíveis de ocorrer no cotidiano da sala de aula, nas quais a professora ou o professor pode chamar a atenção para a ação de acrescentar. Para cada uma delas, registre uma pergunta que a professora ou o professor pode fazer aos seus alunos.

Atividades que envolvem a ação de retirar

Usando o mesmo tipo de material adotado em atividades anteriores, proponha que um aluno “coloque 5 borrachas dentro da caixa”. Depois, peça que ele “retire 3” e que, ao final, “verifique quantas ficaram na caixa”.

Forme, na frente da turma, uma fila de crianças (até 9). Peça a uma criança, que não esteja na fila, que observe a quantidade de crianças na fila e depois vire de costas. Sem falar, retire alguns alunos da fila e diga à criança de costas que se vire. Em seguida, pergunte:

- “Quantos alunos havia na fila?”

- “Quantos alunos ainda ficaram?”

- “Quantos saíram?”

Repita a atividade com outros alunos, sempre mudando o número de alunos da fila.

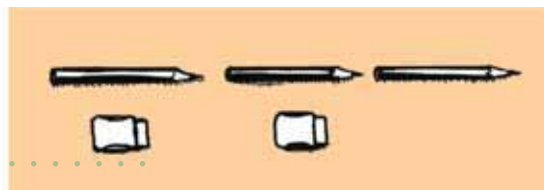
TI 12

Em um problema de retirada, sempre há pelo menos três quantidades envolvidas: (1) quanto havia antes da retirada; (2) quanto foi retirado e (3) quanto restou. Para cada uma das duas sugestões feitas acima, reconheça qual dessas quantidades a criança deve encontrar e quais são as quantidades conhecidas no problema.

Atividades que envolvem a ação de comparar

A ação de comparar não é do mesmo tipo que a ação de retirar. Considerando o grupo original dado, na ação de retirar uma parte era subtraída para se encontrar o resto. No entanto, numa ação comparativa como “*Marcos tem 5 lápis e 2 canetas. Quantos lápis ele tem a mais do que canetas?*”, as duas canetas não podem ser retiradas do conjunto de 5 lápis.

A forma de criar situações para que a criança perceba que a operação de subtração é a que deve ser associada à comparação é o **emparelhamento de objetos**. Colocando os elementos dos dois conjuntos, lado a lado, até que todos os elementos de um dos conjuntos tenham sido utilizados, a criança verá que a resposta (quantos a mais) é a quantidade de elementos que ficaram sem par. A ação concreta necessária para encontrar esta resposta é separar ou retirar os elementos do conjunto maior, que tiveram elementos correspondentes no conjunto menor. Assim, ele estará determinando o número de elementos do resto, e esta ação corresponde à determinação de quantos elementos a mais existem.



Dessa forma, estaremos sempre subtraindo elementos de um mesmo conjunto. Do total de 3 lápis (conjunto maior), retiramos 2 deles, que foram emparelhados com as 2 borrachas. Sobra 1 lápis. Este resultado diz “quantos a mais” há no conjunto maior.

Utilize materiais diferenciados e proporcione muitas atividades de emparelhar objetos. Somente quando você perceber que a relação da ação de comparação com a subtração foi compreendida e está sendo corretamente utilizada, é que você poderá partir para generalizações, trabalhando com comparações nas quais os alunos não possam dispor os elementos dos dois conjuntos lado a lado.

TI 13

Elabore uma atividade de comparação na qual os alunos precisam ter interiorizado a idéia de comparar, pois não é possível dispor concretamente os elementos dos dois grupos lado a lado.

Atividades que envolvem a ação de completar

Para a criança, a utilização da subtração em situações de completar é ainda mais difícil. Quando precisamos descobrir quantos elementos faltam para completar um conjunto de objetos, a ação

de **completar** está intimamente relacionada à ação de **acrescentar**. No entanto, a operação realizada é a subtração, e as crianças devem ser ajudadas a compreender POR QUE se usa a subtração para resolver esse tipo de situação, à qual uma idéia aditiva está associada.

Aqui, para compreender que a subtração resolve esse tipo de situação-problema, o aluno deve ser levado a visualizar a quantidade total necessária e a retirada do que já tem deste total. Separando o conjunto de objetos disponíveis do total necessário, o aluno verá porque subtrai para encontrar a resposta.

Coloque no flanelógrafo (ou sobre uma mesa, ou em um mural) 2 agrupamentos de figuras, sendo que em um dos conjuntos faltam algumas figuras que estão no outro.

Peça a um aluno que complete o segundo grupo, levando-o a responder à seguinte questão: “Quantas figuras você precisou colocar para que as quantidades ficassem iguais?”.

A ação de completar pode ser explorada em atividades nas quais os alunos tenham de completar uma tarefa já iniciada. Podemos utilizar folhas com desenhos para colorir ou completar: Veja:

Maria tem 4 vasos.

- “Quantos estão com plantas?”
- “Quantos estão vazios?”
- “Complete o trabalho de Maria, desenhando flores nos vasos vazios”.



■ ■ ■ TI 14

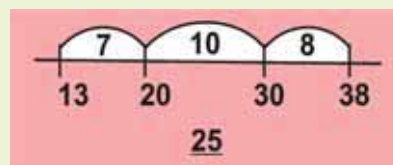
Elabore uma situação-problema envolvendo a ação de completar. Liste as perguntas que você deve fazer ao seu aluno.

■ ■ ■ TI 15

Diante do problema de comparação: “Flávia tem 38 anos e sua filha, Duda, tem 13. Quantos anos a filha de Flávia tem a menos que ela?”, Clara apresentou a seguinte solução, apoiada na idéia de reta numérica:

Clara marcou na reta as duas idades (13 e 38) envolvidas no problema. Em seguida, marcou os números 20 e 30 e assinalou “saltos”, com os valores 7, 10 e 8, para sair de 13 e chegar a 38. Abaixo desta representação, a aluna escreveu a resposta correta, ou seja, 25.

- a) Clara realizou um cálculo mental para obter a resposta. Qual foi?
- b) Por que você acha que Clara escolheu estes “saltos”?
- c) Exemplifique outros “saltos” que uma criança poderia usar para chegar à resposta.
- d) Que lhe parece mais natural: calcular $38-13$ ou as ações de Clara? Por quê?



Seção 3: Os fatos básicos e seu aprendizado

Realizando atividades como as propostas, ligadas às ações de juntar, acrescentar, retirar, comparar e completar, os alunos estarão aprendendo, simultaneamente, os fatos básicos dessas duas operações.

Mas o que é fato básico?

Quando numa operação empregamos números de um só algarismo, estamos diante de um fato básico. Em outras palavras, os fatos básicos são os cálculos de uma operação que devem ser realizados mentalmente, sem o auxílio do algoritmo. Aos poucos, o aluno deve memorizar estes resultados e ser capaz de aplicá-los em diversas situações.

Todas as sugestões feitas abaixo estão voltadas para desenvolver o pensamento matemático dos seus alunos e ajudá-los na aplicação das propriedades e na memorização dos fatos básicos. Daremos destaque à preparação do aluno para compor e decompor quantidades. Estas habilidades estão intimamente ligadas ao processo de aquisição dos fatos básicos e serão fundamentais para o bom desempenho nas operações de adição e subtração.

1. Conte histórias

E utilize material concreto para que os alunos, ao manipulá-lo, observem que uma mesma quantidade pode ser arrumada de várias maneiras. Estas atividades levam às várias decomposições de um número.

Apresentamos, a seguir, uma história que serve como exemplo para você, professora ou professor, utilizar e criar várias outras semelhantes. Numa primeira fase, as histórias devem ser apresentadas oralmente. Este tipo de atividade é também uma preparação para a resolução de problemas. Após a criança dominar o conceito da operação e seus fatos básicos e quando puder ler e interpretar pequenos textos você pode propor as mesmas histórias por escrito. Veja:

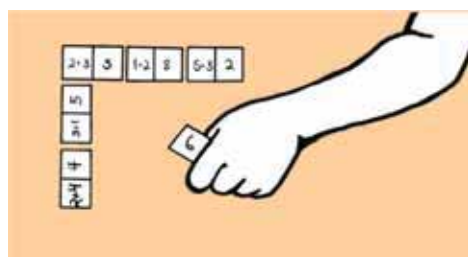
“João ganhou 6 bolas de gude e tem 2 bolsos para guardá-las. Mostre as várias maneiras que ele tem de guardar as 6 bolas nos bolsos”.

O aluno representa as diversas decomposições, usando material concreto, e registra suas experiências num quadro, que pode ser apresentado em folha de atividade.



2. Dominó da adição

Aqui a professora ou o professor pode confeccionar o material em cartolina. Um primeiro dominó pode incluir apenas os fatos básicos de soma até 5, para as crianças se familiarizarem com o jogo. Um segundo dominó, que inclua todas as somas até 9 terá muito mais peças e pode ser oferecido quando as estratégias de jogo já não oferecerem qualquer dificuldade.



Faça um planejamento de peças para montar um dominó da adição com todos os fatos básicos da soma até 5.

3. Adivinhe a carta escondida

Usar uma coleção de cartões com números e figuras (apenas cartões até 5, no primeiro momento, e até 10 em seguida) dividindo-a entre dois alunos – A e B. Você pode também utilizar as cartas não figuradas de um baralho para esta atividade. Em turnos, o aluno A abre um cartão na mesa e olha a carta seguinte do seu monte, sem mostrá-la a seu colega, o aluno B. Então, A anuncia o resultado da adição do valor das duas cartas – a que está à vista e a que está virada para baixo - para seu colega B que deve, então, descobrir o valor da carta escondida.



Se A enunciar errado o resultado da adição que realizou (Por exemplo: 14, com os cartões acima), ele impediu, com seu erro, que B acertasse qual o cartão escondido. Neste caso, ele perde os cartões para o colega B (que os guarda em um monte separado).

Se A enunciar corretamente o resultado (no nosso exemplo: 15) podem acontecer duas hipóteses:

- B errar a resposta (por exemplo: achar que o cartão escondido é 7). Neste caso, o colega A, que propôs a adivinhação, ganha os cartões, ou
- B descobre corretamente o valor do cartão escondido (no nosso exemplo: 6). Neste caso, ele ganha os dois cartões.

Ganha o jogo o aluno que tiver conseguido mais cartões ao final do jogo.



Qual a operação que o aluno B deve realizar para adivinhar a carta escondida? Você acha que esta atividade ajuda o aluno a compreender que a adição e a subtração são operações inversas? Por quê?

4. Conferindo resultados com a calculadora

O uso de recursos tecnológicos tem um fator de motivação bem grande para os alunos. Além disso, ao preparar nossos alunos para o mundo do trabalho e para o cotidiano do cidadão, é indispensável torná-los aptos a utilizar estes recursos. No caso da calculadora, ela pode contribuir para que o aluno utilize a notação correta nas operações neste estágio inicial, além de permitir a conferência dos resultados obtidos por eles. O fato de que crianças podem errar ao utilizar a calculadora também deve ser explorado, valorizando-se a habilidade de fazer estimativas e de utilizar o cálculo mental. Propomos o seguinte jogo:

Em turnos alternados, um aluno propõe um fato básico para seu colega. Os dois devem responder à pergunta por escrito e, após esta etapa, conferir o resultado usando a calculadora (a conta na calculadora deve ser feita pelo aluno que propôs o desafio). Ganha um ponto quem respondeu corretamente.

Para incentivar seus alunos a fazer estimativas e valorizar o cálculo mental, você pode estipular que, se o resultado da calculadora estiver incorreto, ganha 2 pontos quem descobrir este fato.

► Lembre-se...

Esse momento – de preparar a criança para a adição e a subtração – é de fundamental importância. Todas as atividades aqui propostas devem ser vivenciadas, concretamente, pela criança, até que você perceba que ela está compreendendo realmente os conceitos das operações. Você verá, então, como ela vai sentir-se segura e como tudo isso vai facilitar o aprendizado da Matemática nos estágios seguintes.

Lembre-se também que, para o aluno vir a ser capaz de utilizar bem os algoritmos da adição e da subtração, é necessário não apenas o desenvolvimento de estratégias mentais que lhe permitam utilizar os fatos básicos com segurança, mas também um bom conhecimento das diversas possibilidades para decompor um número. Assim, as atividades propostas na seção 3 são de fundamental importância para a continuidade do desenvolvimento de seus alunos em Matemática.

Bibliografia complementar para a professora e o professor

- AZEVEDO, M.V.R. *Construindo e ensinando matemática*. São Paulo: Vap, 1999.
- DANYLUK, O. *Alfabética e o matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil*. Porto Alegre: Sulina, 2002.
- DUHALDE, M.H., CUBERES, M.T.G. *Contos iniciais com a matemática*. Porto Alegre: Art Med, 1998.
- IMENES, L.M. *Numeração indo-arábica*. São Paulo: Editora Scipione, 1991, Coleção vivendo a matemática.
- KAMII, C. *Lições pequenas reinventam a aritmética*. Porto Alegre: ArtMed, 2002.
- MANDARINO, M.C.F., BELFORT, E. *Tempos naturais de conteúdo e forma*. Rio de Janeiro: LIMC-UFRJ, 2005.
- NEHRING, C. et all. *Orientações metodológicas para o uso das fichas de visibilidade*. IJUÍ: UNIJUÍ/PADCT/CAPES, 1995, v.2.
- _____. *Orientações metodológicas para o uso da base 10* (material dourado). IJUÍ: UNIJUÍ/PADCT/CAPES, 1997, v.3.
- SMOLE, K.S., DINIZ, M.I., CANDIDO, P. *Práticas infantis nas aulas de matemática*. Porto Alegre: ArtMed, 2000. (Coleção Matemática de 0 a 6 anos).
- _____. *Como ensinar e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: ArtMed, 2001. (Coleção Matemática de 0 a 6 anos).
- RANGEL, A.C. *Construção de matemática e a construção do número pela criança*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.
- ZUNINO, Delia Lerner. *Matemática na escola aqui e agora*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.



Matemática

Operações com Números Naturais

fascículo 2

Elizabeth Belfort

Mônica Mandarino

Ilustrado e coordenado por o coletivo da escola

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Sumário

Apresentação do Fascículo 2.....	6
Roteiro de trabalho para o segundo encontro.....	7
Pensando juntos	7
Trabalhando em grupo	7
1. Texto para leitura - Algoritmos	7
2. O Algoritmo da Adição	8
3. O olhar dos alunos	9
Nossas conclusões	9
Roteiro de trabalho individual para o Fascículo 2.....	10
Parte 1: O Algoritmo da Subtração.....	10
Seção 1: Introduzindo o Algoritmo da Subtração	10
Seção 2: O algoritmo da subtração e a ação de retirar	11
Parte 2: A Multiplicação e a Divisão	14
Seção 1: As operações de multiplicação e divisão.....	14
Seção 2: Ações associadas às operações de multiplicação e divisão	14
Seção 3: Sugestões de Atividades	16
Seção 4: O algoritmo da multiplicação	19
Seção 5: O algoritmo da divisão por subtrações sucessivas	21
Bibliografia para a professora e para o professor.....	24

Apresentação do Fascículo 2

Antes de você, cara professora ou caro professor, iniciar o seu trabalho no fascículo 2, gostaríamos de lembrar alguns dos pressupostos deste material. Acreditamos que é direito de todo cidadão saber Matemática, ferramenta essencial para que se possa atuar de forma crítica na sociedade. Num mundo cada vez mais complexo, a escola precisa desenvolver habilidades que permitam resolver problemas, lidar com informações numéricas para tomar decisões, opinar sobre temas que as envolvem, desenvolvendo capacidades de comunicação e de trabalho coletivo, de forma independente.

A matemática escolar tem um papel formativo – ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio lógico. É também uma ferramenta importante para outras áreas do conhecimento, por ter uma linguagem própria de expressão. O tema deste fascículo – Operações com Números Naturais – tem, nos anos iniciais de escolarização, um papel central neste processo.

Como no fascículo 1, este material foi estruturado como uma troca entre colegas de profissão. Não temos a pretensão de esgotar o tema, mas buscamos motivar o colega ou a colega a repensar seus conhecimentos e sua prática de ensino para estes conteúdos. Esperamos contagiar você com nosso desejo de um ensino de matemática mais eficiente e mais prazeroso, fornecendo opções para mudança e despertando a vontade de continuar sempre se aperfeiçoando.

Acreditamos que não basta estar bem treinado para executar procedimentos de cálculo (ou mesmo para usar calculadoras) se não se sabe que operações devem ser feitas para resolver um determinado problema. As experiências iniciais de uma criança em tomar decisões sobre que operações utilizar - e em que ordem - são muito importantes para lhe dar segurança em Matemática pelo restante de sua vida. Só um ensino de operações que não fique restrito ao treino de procedimentos mecânicos será capaz de levar os alunos a não precisarem mais perguntar: “*que conta eu faço?*”, “*este problema é de mais ou de menos?*”, por exemplo.

Assim, ao tratar destes temas, mais uma vez, você tem em suas mãos uma grande responsabilidade. Esperamos que este curso possa ajudá-lo a conhecer e valorizar atividades mais voltadas para a compreensão dos significados e dos “por quês” das etapas dos algoritmos. Frisamos, mais uma vez, que o ensino de Números Naturais e suas operações vai sempre exigir de você muita reflexão e uma busca constante por melhores estratégias de ensino.

As propostas de trabalho exploradas neste fascículo são oriundas do curso Números Naturais – Conteúdo e Forma, um curso completo desenvolvido pelo LIMC, que representa a rede de formação continuada no Estado do Rio de Janeiro. Como dispomos de menos tempo para o tema neste programa, foi necessário fazer escolhas, assim como no fascículo 1. Procuramos selecionar alguns dos conceitos e idéias fundamentais, que poderão ajudar seus alunos a construir uma base sólida para continuarem seus estudos.

Durante a próxima quinzena, busque experimentar as atividades sugeridas neste fascículo. Busque avaliar o potencial das propostas para gerar interesse e compreensão, e perceber as possibilidades didáticas e necessidades de adaptá-las à sua realidade. Esperamos, ainda, continuar a estimular uma mudança de olhar para a produção de seus alunos, valorizando cada passo, para que você possa detectar como ajudá-los a superar dificuldades.

Para finalizar, lembramos mais uma vez que a experimentação, seguida da reflexão e do debate, será o principal investimento feito durante seu trabalho com estes fascículos. É a discussão de experiências realizadas nas salas de aula com outras professoras e outros professores que possibilitará que todo o grupo reflita e compreenda conceitos, ganhando autoconfiança e liberdade criativa. Tudo isso, porém, depende muito de você e de um bom clima de trabalho do grupo.

Bom trabalho!

As autoras, Mônica e Beth

Fascículo 2 - Operações com Números Naturais

Roteiro de trabalho para o segundo encontro

Pensando juntos

- Neste primeiro momento do encontro, sugerimos que vocês troquem experiências envolvendo:
- as tarefas individuais propostas no roteiro de trabalho da quinzena;
 - aspectos relacionados com suas aulas e o uso das idéias deste módulo;
 - aspectos relacionados com sua formação continuada: dúvidas metodológicas, operacionais ou conceituais.

Tarefa 1

Avaliação conjunta do trabalho desenvolvido na quinzena

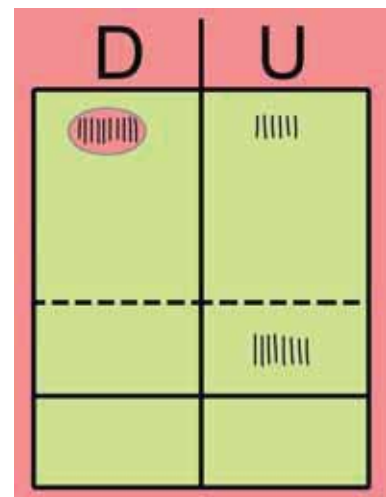
Após a discussão, entreguem as tarefas individuais do fascículo 1 e a avaliação conjunta para o tutor.

Trabalhando em grupo

1. Texto para Leitura - Algoritmos

Um algoritmo é um dispositivo prático, elaborado para facilitar a execução de uma certa tarefa. Convivemos com vários tipos de algoritmos – alguns são muito simples, como ligar uma televisão (basta achar o botão correto e pressioná-lo); outros mais elaborados, como uma receita culinária (devemos organizar os ingredientes e, em ordem, executar as etapas); há outros, ainda, que exigem um bom tempo de treinamento até que nos sintamos seguros para poder executá-los independentemente, como dirigir um automóvel.

Quando nos deparamos com um algoritmo em nosso cotidiano, é comum precisar de ajuda nas primeiras tentativas de utilizá-lo. Além disso, se não compreendermos o algoritmo, vamos acabar usando-o mecanicamente, sem nenhuma autonomia, apenas seguindo instruções (pense, por exemplo, no formulário da declaração do Imposto de Renda). De forma



similar, quem não dispõe de boas estratégias de cálculo passa por dificuldades em inúmeras situações do dia-a-dia, que exigem autonomia de decisões sobre “que cálculo fazer” e “como fazê-lo”.

Dentre as estratégias de cálculo, os algoritmos das quatro operações ocupam lugar de destaque. Explorando as vantagens do Sistema Decimal de Numeração, eles foram idealizados para permitir a realização dos cálculos com exatidão e com razoável velocidade.

2. O Algoritmo da Adição

Você já teve a oportunidade de analisar atividades que preparam o aluno para adicionar corretamente, incluindo aquelas voltadas para a compreensão do sistema de numeração – ou seja, estamos propondo adiar um pouco a introdução do algoritmo. Agora, vamos discutir brevemente nossos motivos para propor que você considere esta forma de trabalhar.

Em primeiro lugar, a habilidade de utilizar o algoritmo corretamente não se adquire de uma só vez, pois requer tempo e prática. Por isso, o algoritmo da adição só deve ser apresentado às crianças quando elas já dominarem, com certa segurança, o conceito da operação, os fatos básicos e o sistema de numeração.

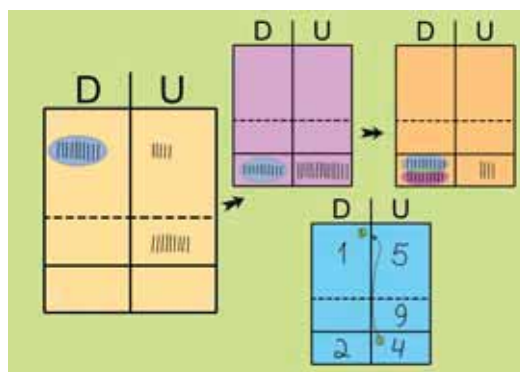
É importante ainda ficar claro que não estamos fazendo um bom uso do algoritmo quando solicitamos a uma criança, um “arme e efetue” em adições como “ $5+2=$ ” ou “ $8+7=$ ”. Os resultados destas adições são fatos básicos e o algoritmo da adição não ajuda a criança a efetuar a operação. Nesses casos, é mais adequada a resolução por meio do cálculo mental (iniciando o processo de memorização com o auxílio de materiais de contagem). Na verdade, para que a criança utilize bem o algoritmo quando for operar com as representações dos números dispostas em colunas, ela precisará de boas estratégias mentais para determinar os resultados das adições de números de um algarismo.

Finalmente, consideramos que no processo de construção do algoritmo da adição, é recomendável que os primeiros exemplos já envolvam adições com “reservas”, ou seja, aquelas em que a soma das unidades isoladas é maior que nove, sendo necessário fazer um agrupamento para a casa das dezenas. Trabalhando com “reserva” desde o início, o aluno compreende porque é necessário começar a operar pelas unidades, isto é, da direita para a esquerda, o que contraria seus hábitos de leitura. Por outro lado, ao trabalharmos os primeiros exemplos sem reservas, o resultado da operação será o mesmo se operarmos da esquerda para direita ou vice-versa. Tal estratégia não permite ao aluno perceber que, na utilização do algoritmo, há uma nítida vantagem em se iniciar o processo pela ordem das unidades.

Tarefa 2

A figura ao lado mostra a utilização de materiais concretos e do QVL para registro do algoritmo da adição

- Discutam e escrevam um roteiro explicativo das três etapas realizadas com os palitos.
- Descrevam a relação das etapas realizadas com o material concreto e o registro do algoritmo formal.



Tarefa 3

A figura abaixo mostra o material dourado e o QVL, usados de forma integrada, para adicionar 87 a 161

(a) Discutam e descrevam o que está sendo representado em cada uma das quatro linhas do quadro.

(b) Que dificuldade da compreensão do algoritmo este tipo de trabalho pode ajudar a superar? Por quê?

.....

C	D	U	
			161
			87
			248

3. O olhar dos alunos

Episódio

Ao lado, apresentamos o registro de Bruno para efetuar a operação $920 - 709$

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 8 \cancel{10} 10 \\
 920 \\
 - 709 \\
 \hline
 201
 \end{array}$$

Tarefa 4

Expliquem o pensamento de Bruno. O que ele acerta? O que ele erra?

Nossas conclusões

Para preparar coletivamente um relatório deste dia de trabalho, não esqueçam de discutir:

- Pontos que merecem destaque, relacionados com as atividades realizadas (desafios, dificuldades, boas idéias, sugestões, inovações etc.);
- O produto coletivo das Tarefas Presenciais (TP);
- Uma breve avaliação do trabalho realizado.

Relatório de memória do grupo de trabalho

Entregue este relatório e todos os materiais selecionados ao seu tutor.

Fascículo 2 - Operações com Números Naturais

Roteiro de trabalho individual

Durante a próxima quinzena, você vai explorar atividades para ajudar seus alunos a compreenderem e utilizarem corretamente o algoritmo da subtração. Você também vai refletir sobre os conceitos das operações de multiplicação e de divisão, e porque estes conceitos devem preceder os cálculos. Finalmente, você vai explorar o algoritmo da multiplicação e um dos possíveis algoritmos para a divisão.

Leia o texto e faça as atividades. No próximo encontro, você terá a oportunidade de discutir suas reflexões e seus questionamentos no grupo de trabalho.

Parte 1: O Algoritmo da Subtração

Seção 1: Introduzindo o Algoritmo da Subtração

O algoritmo da subtração tem finalidade similar ao da adição, ou seja, sistematizar e facilitar o processo de cálculo. Ele deve ser apresentado quando as crianças já dominarem, com certa segurança, os conceitos associados à subtração, o sistema de numeração, os fatos básicos da subtração e o algoritmo da adição. Novamente chamamos sua atenção para o fato de que a habilidade de utilizar o algoritmo corretamente requer tempo e prática, sendo necessárias diversas experiências preparatórias, variando-se bastante os valores numéricos.



Você acha que o algoritmo da subtração ajuda os alunos a efetuarem cálculos como $8-3=$ ou $9-4=$? Explique sua resposta.

Para facilitar a discussão das sugestões de atividades, vamos apresentar desde já a nomenclatura associada ao algoritmo da subtração, lembrando que não há sentido em pedir aos alunos que memorizem estes termos. De um modo geral, o uso correto da linguagem matemática não deve ser o foco principal. Os alunos precisam compreender que os termos desta linguagem nos ajudam a conversar, comunicar e defender nossos pensamentos e nossa forma de resolver problemas e cálculos. No entanto, você, professora ou professor, deve utilizar a linguagem matemática corretamente. Deve ainda estimular o debate e o registro, pois essas atitudes farão com que os alunos assimilem, aos poucos, o vocabulário que for relevante a cada momento de sua aprendizagem.



$$\begin{array}{r}
 36 \\
 - 12 \\
 \hline
 24
 \end{array}$$

→ minuendo
 → subtraendo
 → resto ou diferença

Seção 2: O algoritmo da subtração e a ação de retirar

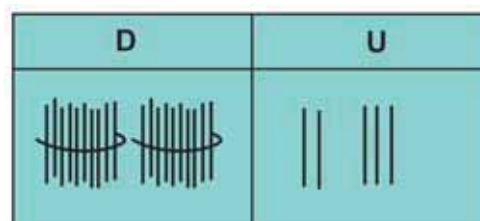
Ao iniciarmos o algoritmo da subtração, devemos usar, como na adição, materiais de contagem e o QVL. Lembramos que, dentre as ações associadas à subtração, a mais natural para a criança é a de retirar e, por isso, vale a pena iniciar o estudo do algoritmo da subtração usando esta idéia.

Para representar com material concreto a idéia de retirar, a criança deve separar, de seu material de contagem, apenas a quantidade que representa o minuendo. A seguir, ela deve retirar deste grupo de objetos a quantidade que corresponde ao subtraendo. A ação de retirar, da coleção de objetos que representa o minuendo, uma quantidade correspondente ao valor do subtraendo só faz sentido quando trabalhamos com apenas uma mesma coleção de objetos. Retiramos algo daquilo que temos!

Por meio de exemplos, vamos estudar como atividades que exploram a ação de retirar podem ser desenvolvidas concretamente.

Exemplo 1

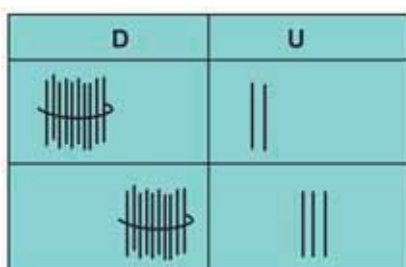
Enuncie, oralmente, uma situação-problema envolvendo a ação de retirar. Como exemplo vamos retirar 13 de 25. Peça aos alunos que arrumem 25 palitos em um QVL, como na figura ao lado. Você pode construir em papel pardo, por exemplo, quadros com apenas duas linhas para que os alunos, ou grupos de alunos, trabalhem independentemente.



Diga aos alunos:

- *Qualora vamos resolver o nosso problema ou se a tirar palitos dos palitos*
- *onde para a linha abaixo os palitos que representam a quantidade que você precisa tirar*
- *quantos palitos permaneceram na primeira linha?*

- *a primeira linha fica a quantidade de palitos que sobrou de depois de tirarmos (ou seja, o resto!)*



- ▶ **Por meio de conversas como a que exemplificamos, mostre às crianças que a quantidade de palitos da segunda linha representa o que foi retirado (subtraendo), e que a quantidade que sobrou na primeira linha é o resultado da operação. Logo: $25 - 13 = 12$.**

Trabalhando com material concreto você pode propor diversas situações. Isto vai ajudar seu aluno a perceber a seqüência de ações que compõe o algoritmo. A representação, no caderno, dos passos realizados com material concreto também é importante para que o aluno, aos poucos, compreenda a relação entre estes passos e o registro formal do algoritmo.

Usando o exemplo anterior, veja como você pode estimular esta associação entre o concreto e a representação escrita.

Após a representação do minuendo:

- “Vamos representar este número no caderno?”
- “Façam um QVL e anotem esta quantidade de palitos”

D	U
2	5

Após a retirada dos 13 palitos (o subtraendo):

- “Vamos anotar agora, abaixo do número 25, a quantidade de palitos que foi retirada.”

	D	U
	2	5
-	1	3

E para finalizar:

- “Agora vamos fazer um traço para separar o resultado final e anotar quantos palitos sobraram depois da retirada.”

	D	U
	2	5
-	1	3
	1	2

Exemplo 2

É possível usar estas idéias em uma subtração na qual é preciso desfazer as dezenas rearrumando o minuendo. Crie uma situação-problema para os alunos subtraírem 5 de 32.

Iniciamos por arrumar o minuendo na tabela. Explique aos alunos que eles só possuem 2 unidades não agrupadas e por isso não podem retirar 5 unidades. No entanto, é importante que eles percebam que o número 32 possui trinta e duas unidades, e o que “atrapalha” a realização concreta da retirada é apenas a forma como os objetos estão organizados.

Assim, os alunos devem concluir que será preciso desfazer uma das dezenas (que contém 10 unidades). Após desamarrarem uma dezena e a passarem para a casa das unidades, os palitos ficarão com a seguinte disposição.

D	U	D	U
		3	2

D	U	D	U
		3 ²	2 ¹

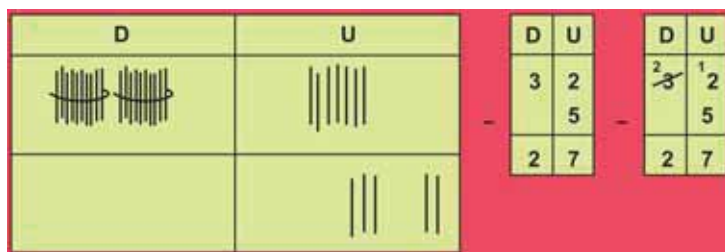
Esse é um bom momento para ajudá-los a perceber que o número representado continua sendo o mesmo (32). A decomposição é que mudou: a forma inicial (3 dezenas e 2 unidades) foi alterada para: 2 dezenas e doze unidades.

Pergunte aos alunos:

- “O número mudou?” (não) “Então, o que mudou?” (a forma de decompor)
- “Quantas unidades estão agora registradas na primeira ordem?” (12)
- “Agora, podemos tirar 5 unidades de 12 unidades?” (sim)
- “Com quantas unidades ainda ficamos?” (7)
- “Com quantas dezenas ainda ficamos?” (2)

Bem, agora é possível retirar 5 palitos dos que ficaram na ordem das unidades e o material fica com a disposição mostrada no quadro ao lado

Observe que o registro escrito dos passos da operação pode ou não incluir a passagem na qual uma dezena foi desagrupada em 10 unidades.



▶ Varie os materiais de contagem, pois isto ajuda o aluno a compreender o processo sem se fixar no material, o que possibilitará a necessária abstração.

TI 2

Para ilustrar o uso de um outro material, vamos subtrair 17 de 35. Faça você as etapas, utilizando o QVL e, por exemplo, o material dourado.

O uso de material concreto facilita bastante a compreensão dos algoritmos e ajuda a consolidar a aprendizagem das características de nosso sistema de numeração. Numa etapa seguinte, você pode propor exemplos nos quais o zero aparece na casa das dezenas, como tirar 25 de 208. Você poderá verificar como o uso de material concreto ajuda em situações como esta que costuma ser considerada difícil na operação de subtração.

TI 3

Faça você mesmo as etapas da subtração 208–25, usando o QVL e uma representação de material concreto.

Destacamos que a professora ou o professor deve, sempre que possível, conhecer e apresentar aos alunos mais de um procedimento. Possibilitar ao aluno a chance de experimentar diferentes ações é fundamental para que ele desenvolva o senso crítico e tenha o direito de escolher a estratégia com a qual mais se identifica, ou aquela que possibilita compreender melhor o que está fazendo. Muitas vezes, uma criança com dificuldade de compreender um procedimento ou conceito, resolve este obstáculo inicial quando é apresentada a outros caminhos ou formas de raciocinar. Assim, sugerimos que você pesquise sobre como as ações de comparar e completar podem auxiliar o desenvolvimento de estratégias de cálculo para efetuar uma subtração.

Parte 2: A multiplicação e a divisão

Seção 1: As operações de multiplicação e divisão

Os conceitos ligados à multiplicação, como os de adição, são fundamentais para o desenvolvimento de muitos outros conceitos aritméticos. Caso não domine o conceito da operação, a criança conseguirá, no máximo, memorizar os fatos básicos e realizar de forma mecânica o algoritmo posteriormente. A dificuldade nesta memorização será muito grande e a insegurança ficará clara diante de um problema: quando ela não for capaz de se decidir sobre qual operação realizar. Da mesma forma, os conceitos relacionados com a divisão de números naturais desempenharão um papel decisivo nas aprendizagens de outros tópicos da Matemática, como os conceitos de números fracionários e decimais.

Atividades que levam à formação de um conceito devem ser baseadas em experiências concretas, nas quais os alunos terão oportunidade de construir e, com o tempo, aperfeiçoar e transferir tais conceitos. A professora ou o professor deve proporcionar à criança múltiplas oportunidades de trabalho com material concreto para que ela chegue à representação de seus fatos básicos, compreendendo o significado da operação.



A criança, antes mesmo de ter iniciado o estudo das operações de multiplicação e divisão, já pode ter contato com problemas que possam ser resolvidos apenas por adição e subtração, mas que já tragam algumas das idéias necessárias para conceituar as novas operações. Exemplifique uma atividade que prepare para a multiplicação e uma que prepare para a divisão.

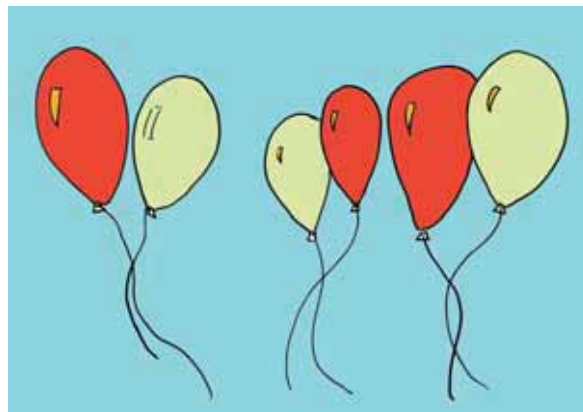
Seção 2: Ações associadas às operações de multiplicação e divisão

A **multiplicação** de dois números naturais pode ser trabalhada sob dois enfoques:

a) como adição de parcelas iguais

Por exemplo:

$$3 \times 2 = 2 + 2 + 2$$

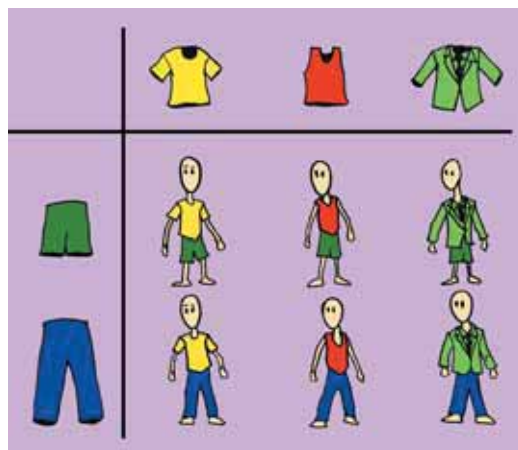


b) como raciocínio combinatório, no qual verificamos quantas possibilidades existem de formar pares com duas coleções

Por exemplo:

- “*Um menino tem 2 calças e 3 camisas, de quantas maneiras ele pode se vestir?*”

$$2 \times 3 = 6$$



Considerando, porém, que o enfoque da multiplicação como adição de parcelas repetidas é mais natural, a professora ou o professor deve inicialmente se prender a experiências deste tipo.



Pesquise em livros didáticos e apresente pelo menos dois exemplos de situações-problema envolvendo o raciocínio combinatório. Para cada um deles, monte um esquema de solução.

A **divisão** também tem dois enfoques. De início, a criança será levada a explorar apenas a chamada *divisão-repartição*, para chegar depois à *divisão-comparação* ou *medida*.

a) *Divisão repartição*:

A ação de repartir se encontra em situações nas quais é conhecido o número de grupos que deve ser formado com um certo total de objetos, e é preciso determinar a quantidade de objetos de cada grupo.

Por exemplo:

“*2 lápis precisam ser separados em 3 subconjuntos iguais. Quantos lápis haverá em cada subconjunto?*”

b) *Divisão comparação* ou *medida*:

Ações que envolvem este tipo de divisão são encontradas em situações nas quais é preciso saber quantos grupos podemos formar com um certo total de objetos, sendo conhecida a quantidade que cada grupo deve ter.

Por exemplo:

“*2 lápis serão separados em subconjuntos de 3 lápis cada um. Quantos conjuntos serão feitos?*”

Em atividades de *divisão-repartição*, a criança sabe, por exemplo, que deve distribuir os 12 lápis em 4 caixas ou pelos 4 cantos da mesa. Isto permite a aplicação de uma estratégia simples: ela pode distribuir 1 lápis de cada vez, até que os lápis se esgotem. Após esta ação ela verifica, então, quantos lápis ficaram em cada caixa ou canto da mesa. Já na *divisão-comparação*, a criança tem os mesmos 12 lápis sobre a carteira e sabe que deve formar grupinhos de 3 lápis. Ela deverá aplicar outra estratégia: separar seu material de 3 em 3 e verificar, ao final da atividade, “quantos cabem”, ou seja qual a quantidade de grupos formados.

■ ■ ■ TI 6

Pesquise em livros-texto e apresente pelo menos dois exemplos de situações-problema envolvendo a divisão-comparação. Para cada um deles, monte um esquema de solução.

Seção 3: Sugestões de Atividades

• *A Bota de Muitas Léguas*

Material necessário:

Folha com várias retas numéricas e dois conjuntos de cartões numerados (inicialmente use apenas números de 1 a 5 – em um segundo momento, acrescente valores maiores).

Proponha (ou explore um conto):

- “Vamos, agora, brincar com uma bota mágica.”
- “É uma bota imaginária que dá pulos do comprimento que quisermos”.

Peça a um aluno que sorteie um cartão numerado. Este primeiro número sorteado indica o número de pulos que a “bota” dará.

Peça a outro aluno que sorteie um cartão numerado. Este segundo número sorteado indica o comprimento de cada pulo.

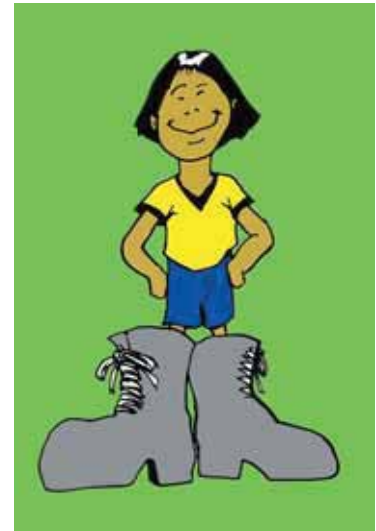
Inicialmente, desenhe uma “reta” graduada no chão (ou use uma faixa de papel graduada). Um terceiro aluno, brincando de ter calçado a bota, dará os pulos sobre a “reta”, e a turma verificará o número no qual ele parou.

Você pode dividir a turma em duas equipes e propor que disputem quem calçou a bota que levou mais longe.

Por exemplo:

.....	Equipe A	Equipe B
	Número de pulos: 2	Número de pulos: 4
	Comprimento do pulo: 3	Comprimento do pulo: 2

Neste exemplo, ganha a equipe B, cujo representante, partindo do zero chegou ao 8, um número maior do que 6, que corresponde ao valor atingido pela equipe A partindo do zero.



■ ■ ■ TI 7

Aplique uma atividade como esta em sua turma e faça um pequeno relato dos resultados.

• Usando a reta numérica e a Bota de Muitas Léguas

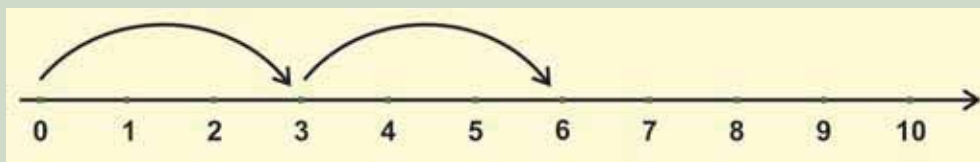
a) Primeiro tipo de atividade

Distribua as folhas com as retas numéricas para que os alunos representem os pulos da “bota” utilizando flechas e depois verifiquem **em que número a “bota” chegou**. (Uma folha pode conter várias retas numéricas, uma para cada jogada).

Peça aos alunos que façam o sorteio de dois cartões (ver atividade anterior) e digam para a turma o número de pulos (1º sorteio) e o comprimento do pulo (2º sorteio).

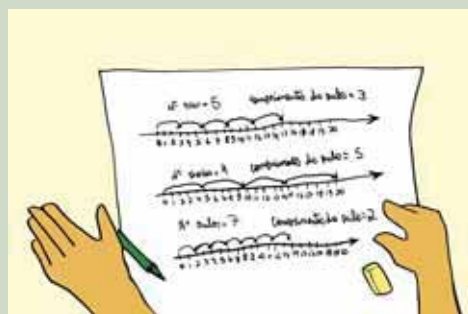
Esperamos que todos os alunos representem a multiplicação em uma das retas numéricas de suas folhas e comente com eles os resultados, antes da próxima jogada.

Nas primeiras jogadas, desenhe no quadro-de-giz alguns movimentos da “bota” para orientar seus alunos. Por exemplo, se o primeiro cartão sorteado for 2 (quantidade de pulos) e o segundo for 3 (tamanho do pulo), represente e oriente seus alunos a perceberem que: “ 2×3 é igual a seis”.



Você pode aumentar o conjunto de cartões, para introduzir outros fatos básicos, lembrando que as retas devem ser numeradas com todos os resultados possíveis.

Por exemplo, se você utilizar cartões numerados até 9, a reta deve ser numerada do zero até 81.



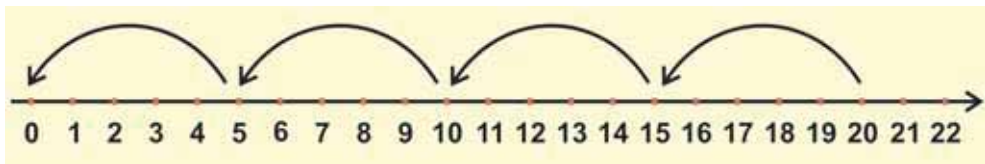
Aplice uma atividade como esta em sua turma. Descreva a atividade que você aplicou e faça um pequeno relato dos resultados.

b) Segundo tipo de atividade

Combine com seus alunos uma nova estratégia para o jogo.

Agora, um aluno vai sortear um número, que indicará o comprimento do pulo que a “bota de muitas léguas” pode dar, e você (professora ou professor) dirá um número da reta (múltiplo do número sorteado) onde a “bota” está parada esperando para voltar ao zero (ponto de partida). O jogo é descobrir **quantos pulos a “bota” precisa dar**.

Por exemplo: Um aluno sorteia o número 5 e todos anotam o comprimento do pulo: 5. Então você informa à turma que a “bota” está esperando para voltar, por exemplo, no número 20 (que é múltiplo de 5). Os alunos circundam o número 20 na reta e representam os movimentos, agora em sentido contrário.



TI 9

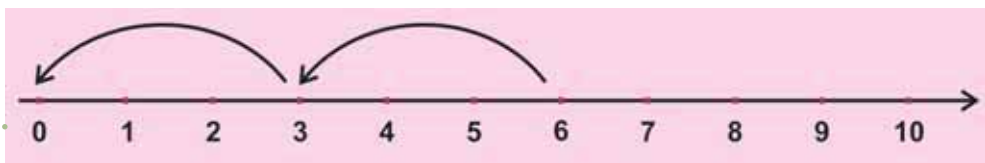
Aplique uma atividade como esta em sua turma. Descreva a atividade que você aplicou e faça um pequeno relato dos resultados.

Quando as crianças já souberem encontrar, sem erro, o número de pulos (de um comprimento sorteado) necessários para voltar do ponto que você escolher, poderão passar para um novo desafio, como o da atividade que apresentaremos a seguir:

c) Terceiro tipo de atividade

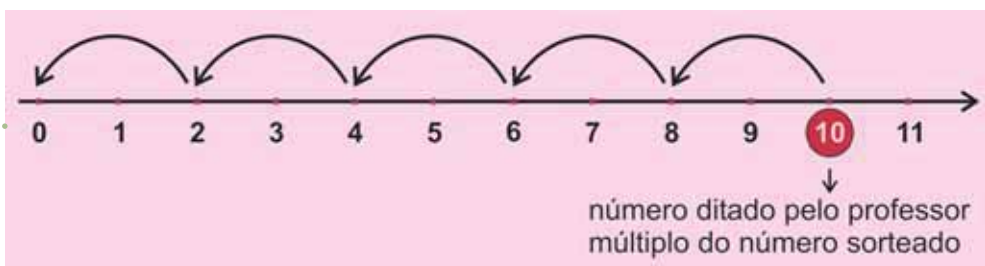
Desenhe no quadro-de-giz uma das situações representadas na atividade anterior e diga aos alunos que, agora, flechas em sentido contrário dizem:

- “□o comprimento □á □pulos de comprimento □”.



Faça outros exemplos e depois repita esta atividade, acrescentando um registro abaixo de cada reta.

Por exemplo:



Comprimento do pulo: 2 (número sorteado) - Número de pulos: 5

No comprimento 10 “cabem” 5 pulos de comprimento 2. Aos poucos, você poderá ir substituindo esta frase pelos símbolos matemáticos convenientes, $10 \div 2 = 5$ ou $10 \div 5 = 2$.

TI 10

Aplique uma atividade como esta em sua turma. Descreva a atividade que você aplicou e faça um pequeno relato dos resultados.

Seção 4: O algoritmo da multiplicação

Dividiremos a etapa de aprendizagem do algoritmo da multiplicação em três estágios. Trabalhar com os alunos diferentes registros e representações pode ajudá-los a compreender as regras do algoritmo. Como na adição e na subtração, enfatizamos que o algoritmo (às vezes chamado de “conta em pé”) só precisa começar a ser utilizado para multiplicações nas quais um dos fatores tem mais do que um algarismo. Multiplicações entre números de apenas um algarismo são fatos básicos (tabuada) e o algoritmo não ajuda a encontrar seu resultado.

1º estágio – Observe como podemos representar a multiplicação de 36 por 4.

Faça a seguinte arrumação na conta:

Pergunte aos alunos:

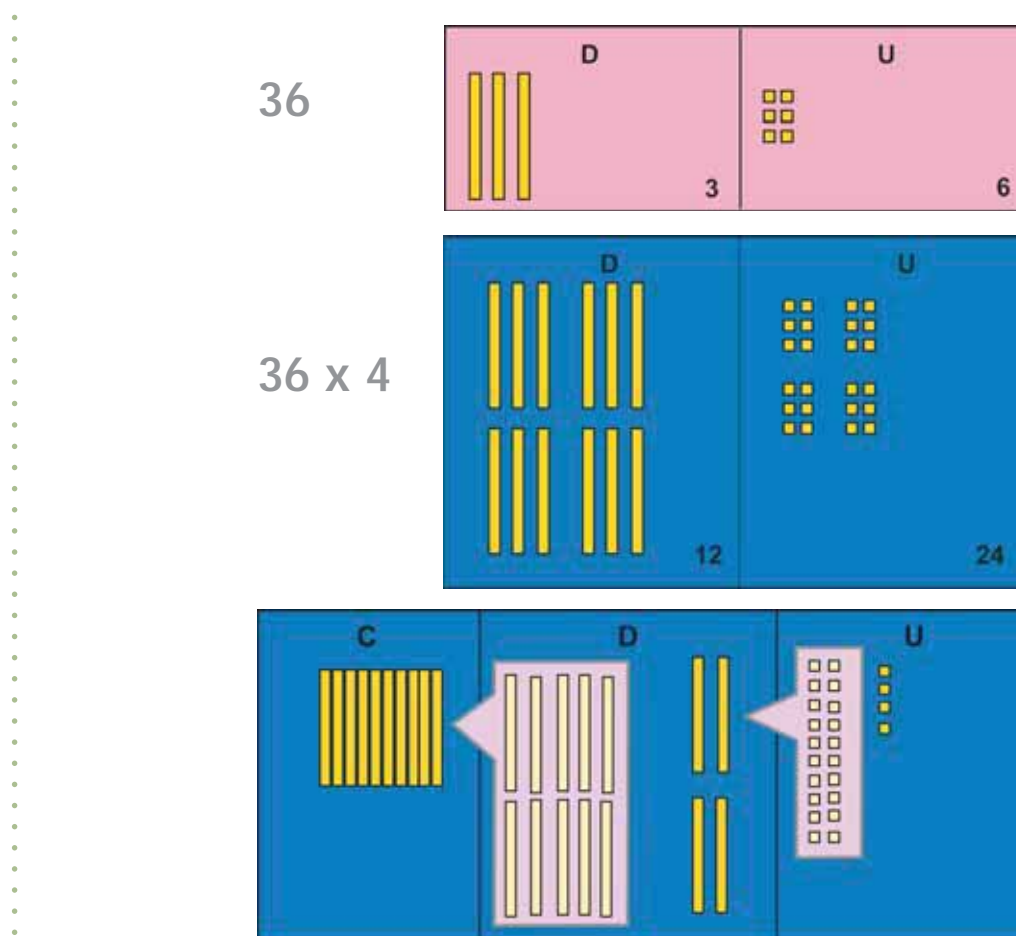
- “Que resultado obtivemos depois que multiplicamos 4 por (30+6)?”

- “ que precisamos ar com os resultados e para encontrar o resultado desta multiplicação ?”

$$\begin{array}{r} 30 + 6 \\ \times \quad 4 \\ \hline 120 + 24 \rightarrow 144 \end{array}$$

O aluno deve concluir que é preciso somar estes dois resultados parciais, recorrendo ao algoritmo da adição.

Com apoio de material concreto você pode ajudar seus alunos a compreenderem que multiplicamos 6 unidades por 4 e 3 dezenas também por 4 e que, depois, juntando os resultados encontrados (120 e 24) chegamos ao resultado, 144.



A partir destas experiências, resta apenas associá-las ao registro formal do algoritmo da multiplicação, escrevendo os resultados parciais de forma conveniente para o uso do algoritmo da adição.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 4 \\ \hline 24 \\ 120 \\ \hline 144 \end{array}$$

2º estágio – Incentive o cálculo mental

Nesse estágio, a criança já deve ter fixado todo o desenvolvimento do processo para que possa efetuar mentalmente algumas operações.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 32 \\ \times 6 \\ \hline 192 \end{array}$$

Por exemplo:

Para multiplicar 32 por 6, efetue a operação com a criança, mostrando que ao multiplicarmos o 6 por 2, escrevemos como resultado parcial apenas as duas unidades, guardando mentalmente a dezena do produto 12. Explique que esta dezena será adicionada às outras dezenas do produto, quando multiplicarmos as 3 dezenas por 6.

3º estágio – Multiplicação por números de dois dígitos

Nesta última etapa, veremos o algoritmo da multiplicação de dois números, cada um deles representado no SDN por dois algarismos. Neste momento, as crianças já devem ter uma base para aprender o algoritmo, o que inclui um mínimo de novas técnicas.

Por exemplo:

Vamos calcular o produto de 43 por 27.

Iniciamos por fazer o produto 7×43 .

Faça essa etapa com as crianças, mostrando que estamos multiplicando sete unidades por 43 e que o processo é igual ao da etapa anterior.

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 7 \\ \hline 301 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 27 \\ \hline 301 \\ + 86 \\ \hline 1161 \end{array}$$

Efetue, agora, o produto das duas dezenas que será adicionado ao produto das unidades. Dê muita ênfase ao valor do 2 no número 27, ou seja, enfatize que ele representa 2 dezenas; logo, nessa segunda multiplicação, estaremos multiplicando o 3 por duas dezenas e obteremos 6 dezenas, que devem ser colocadas na ordem das dezenas. Em seguida, mostre que ao multiplicarmos as duas dezenas por 4 dezenas acharemos 8 centenas, as quais devem ser colocadas na ordem das centenas.

O desenvolvimento deste algoritmo deve ser feito através de muitos e variados exercícios.



Desenvolva as etapas do primeiro estágio para o produto 67×8

Seção 5: O algoritmo da divisão por subtrações sucessivas

O processo das **subtrações sucessivas** é uma opção para se efetuar a divisão, e tem como ponto de partida a relação que existe entre a subtração e a divisão. Optamos por apresentá-lo neste fascículo para enriquecer e ampliar seu conhecimento sobre a divisão. Consideramos que este algoritmo também é uma boa opção para alunos que tenham dificuldades na compreensão e utilização do algoritmo da divisão, apresentado através dos processos longo e abreviado. Quando o processo das subtrações sucessivas é bem explorado, a criança consegue efetuar as etapas necessárias com segurança e estabelece mais facilmente relações com o algoritmo longo da divisão, o que contribui para a compreensão de todo o processo.

Apresente o esquema do algoritmo (escreva apenas o 18 e o 3) e converse sobre a forma como ele se apresenta. Paralelamente, dê 18 objetos para os alunos e peça que formem grupos de três elementos. Peça que tirem um grupinho de três elementos de cada vez, e pergunte.

18	3
- 3	1
15	
- 3	1
12	
- 3	1
9	
- 3	1
6	
- 3	1
3	
- 3	1
0	

- “Quantas vezes você tirou grupos de três elementos?” (6)

...
 Numa primeira apresentação do algoritmo pelo processo das subtrações sucessivas registre com seus alunos cada uma das vezes que retirarem um conjunto de 3 elementos, fazendo perguntas que relacionem a ação sobre os objetos e o registro.

- “Como descobriremos quantos objetos você retirou, se você retirou uma vez 1 conjunto?” (multiplicando 1 por 3).

- “Quantos objetos você tirou?” (3).

- “Que devo fazer para saber com quantos objetos você ficou?” (subtrair 3 de 18).

- “Posso continuar tirando grupos de três, agora que tenho 15 objetos?” (sim) ... continue ...

- “Agora, que você não pode mais tirar nenhum grupo de 3, responda: quantas vezes você tirou um conjunto de três?” (6)

- “Que operação você fez para achar essa quantidade?” (adição dos “uns”)

Observação: repita as perguntas até se esgotarem todas as possibilidades de se retirarem grupos de três, observando as quantidades restantes e fazendo o registro no algoritmo depois de cada pergunta; não o apresente pronto como está ilustrado acima.

Depois de algumas atividades como esta e entendido o processo, pergunte:

- “Será que é necessário tirar apenas **um grupo de três** de cada vez?”

Peça que os alunos peguem outra vez 18 objetos e que formem alguns grupos de 3 para retirar de uma só vez. Vamos “fazer de conta” que um aluno sugira começar tirando 4 grupos de 3 objetos de 18.

Registre:

18	3
- 12	4
6	

- “Quantas vezes você tirou grupos de 3 elementos?” (4)

- “Que operação você deve fazer para saber quantos objetos tem que retirar?” (multiplicar 4 por 3)

- “Que operação você tem que fazer para saber quantos objetos sobraram?” (subtrair 12 de 18)

A cada passo, continue registrando no quadro o que se faz concretamente:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 3 \\ - 12 & 4 \\ \hline 6 & \\ 6 & 2 \\ \hline 0 & \end{array}$$

- “Quantos objetos você tem agora?” (6)
- “Com essa quantidade você ainda pode formar conjunto de 3?” (posso)
- “Quantos?” (2) “Então, quantas vezes você vai retirar um conjunto de 3?” (duas)
- “Que operação você deve fazer para saber quantos objetos retirou?” (2×3)
- - “Que operação você deve fazer para saber quantos objetos sobraram?” ($6 - 6$)
- “Quantos objetos você tem agora?” (nenhum)
- “É possível fazer novos grupos de 3?” (não)
- “Que operação você deve fazer para calcular o número total de vezes em que você retirou grupos de 3, de 1?” ($4 + 2$)

Só depois que as crianças estiverem familiarizadas com a técnica do algoritmo, que se baseia em subtrações repetidas, e utilizarem os fatos básicos já conhecidos, é que estarão prontas a aprender situações mais complexas da divisão, como por exemplo, uma divisão de 86 por 5.

Escreva no quadro-de-giz:

$$\dots\dots\dots \begin{array}{r|l} 86 & 5 \\ \hline & \end{array}$$

Pergunte:

- “Alguém sabe quantos grupos de 5 temos no número 86?” (vamos supor que tenham dito 8)
- “Vamos ver se está correta a resposta. Quantos grupos de 5 você formou?” (8)
- “Que operação você deve fazer para saber quantos objetos você tem que retirar?” (multiplicar 8 por 5)
- “Que operação você tem que fazer para saber quantos objetos sobraram?” (subtrair 40 de 86)

$$\begin{array}{r|l} 86 & 5 \\ - 40 & 8 \\ \hline 46 & \end{array}$$

- “Quantos objetos você tem agora?” (46)
-
- “Com essa quantidade, você ainda pode formar grupos de 5?” (posso)
- “Quantos?” (supor que tenham sido 7)
- “Quanto você vai retirar de 46 então?” ($7 \times 5 = 35$)
- “Que operação você deve fazer para saber quantos objetos sobraram?” (subtrair 35 de 46)

$$\begin{array}{r|l} 86 & 5 \\ - 40 & 8 \\ \hline 46 & \\ - 35 & 7 \\ \hline 11 & \end{array}$$

-
- “Quantos objetos você tem agora?” (11)
- “É possível ainda fazer grupos de 5?” (sim)
- “Quantos?” (a criança a essa altura deve perceber que, com 11, só é possível fazer 2 grupos de 5)

.....

86	5
- 40	8
46	7
- 35	2
11	17
- 10	
1	

- “Quantas vezes você retirou agora um conjunto de 5?” (duas)
- “Que operação você deve fazer agora para saber quantos objetos sobram?” (subtrair 10 de 11)
- “Quantos objetos você tem agora?” (1)
- “É possível ainda fazer grupos de 5?” (não)
- “Que operação você deve fazer para calcular o número total de vezes em que você retirou grupos de 5, de ?” (adicionar 8, 7 e 2, obtendo 17)

.....

TI 12

Faça a divisão de 137 por 8 por subtrações sucessivas. Pense em grupos para formar que facilitem suas contas. A partir de suas escolhas, pense em sugestões que você pode oferecer aos alunos para facilitar a tarefa deles.

Observação importante: Pelo processo das subtrações sucessivas, também fica fácil convencer seu aluno que o resto de uma divisão nunca pode ser igual ou maior que o divisor, pois, caso contrário, ainda seria possível fazer mais uma subtração. A criança pode e deve chegar, ela mesma, a essa conclusão.

Bibliografia para a professora e para o professor

- BORIN, J. *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. São Paulo: IME-USP, 1996.
- CARDOSO, V. C. *Materiais didáticos para as quatro operações*. São Paulo: IME-USP, 1996.
- CENTURIÓN, Marília. *Números e Operações*. São Paulo: Scipione, 1995.
- IMENES, L. M. *Brincando com números*. São Paulo: Editora Scipione, 2000, Coleção vivendo a matemática .
- _____. *Problemas curiosos*. São Paulo: Scipione, 1991, Coleção vivendo a matemática.
- KAMII, C., DECLARK, G. *Reinventando a aritmética*. Campinas: Papyrus, 1988.
- JAKUBOVIC, J. *Par ou ímpar*. São Paulo: Editora Scipione, 1990, Coleção vivendo a matemática
- NEHRING, C.; PIVA, C. *Orientações metodológicas para construção da operação de multiplicação*. IJUÍ: UNIJUÍ, 1998.
- NUNES, T., BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.
- PACHECO, E.; BURGERS, B. *Série Problemas*. (Problemas à vista; Problemas? Eu tiro de letra!; E aí, algum problema?; Vai um probleminha aí). São Paulo: Editora Moderna, 1998.
- SANTOS, V. M., REZENDE, J. F. *Números: linguagem universal*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, projeto fundão, 1997.
- SMOLE, K. C. S. DINIZ, M. I., CANDIDO, P. *Resolução de problemas*. Porto Alegre: ArtMed, 2000. (Coleção Matemática de 0 a 6 anos).
- STIENECKER, D. L.; WELLS, A. *Coleção Problemas, jogos e enigmas (Números; Adição; Subtração; Multiplicação; Divisão; Frações)*. Tradução de Suzana Laino Cândido. São Paulo: Editora Moderna, 1998.

Revistas Interessantes

- Educação Matemática em Revista*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)
- Revista Superinteressante, Editora Abril.
- Revista Globo Ciência, Editora Globo.
- Revista Nova Escola, Fundação Victor Civita.

Sites Interessantes

- <http://www.q10.com.br/matematicahoje/>
- <http://www.educar.sc/matematica/index.html>
- <http://www.calculando.com.br/jogos>
- <http://www.tvebrasil.com.br/salto>