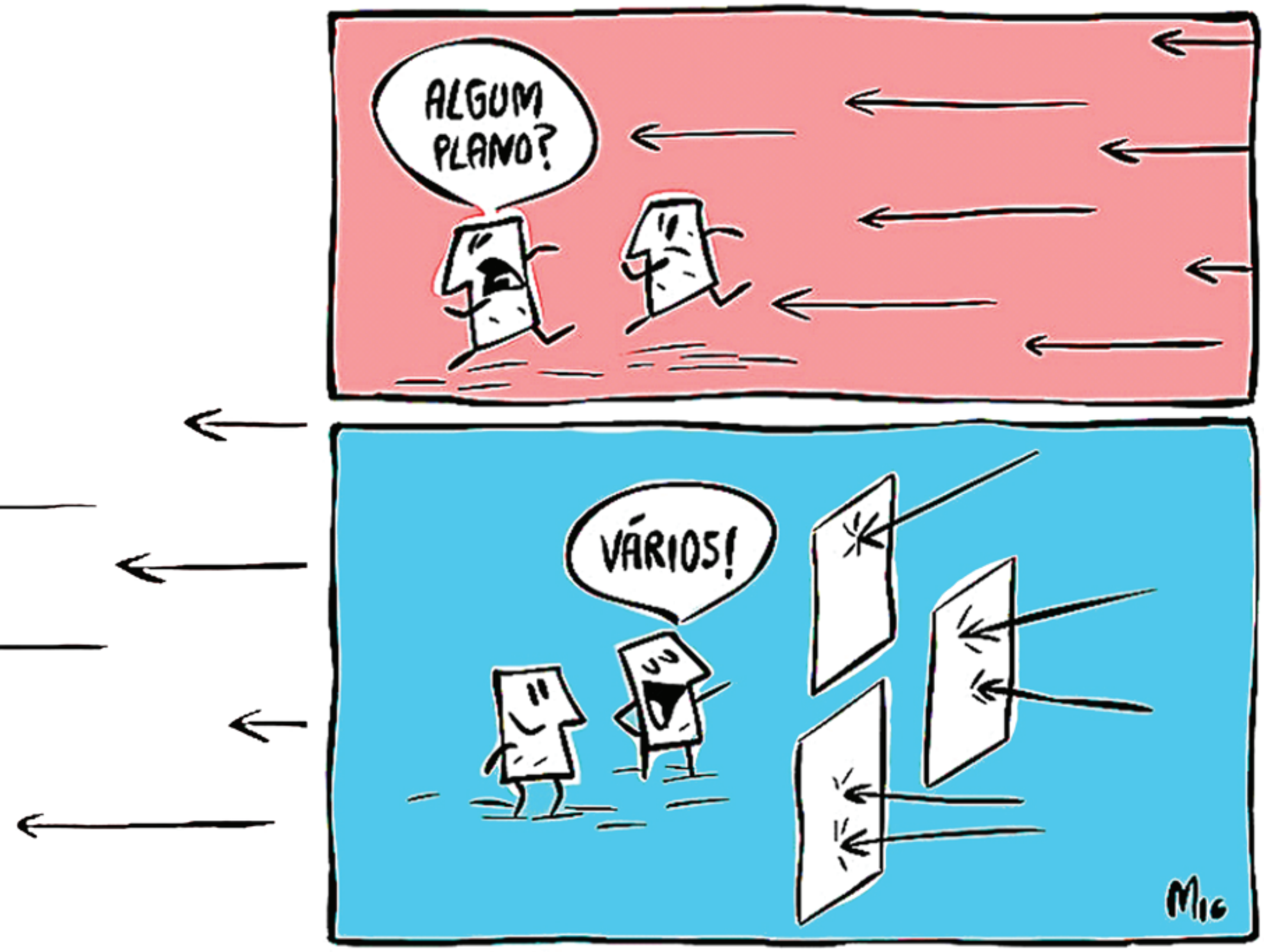
HUMOR
NO ENSINO DA MATEMÁTICA
Tarefas para a Sala de Aula



Luís **Menezes**. Helena **Gomes**. António **Ribeiro**. Ana Patrícia **Martins**. Pablo **Flores**.
Floriano **Viseu**. Ana M. **Oliveira**. Isabel A. **Matos**. João P. **Balula**.Véronique **Delplancq**

HUMOR NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Tarefas para a Sala de Aula

Luís Menezes, Helena Gomes, António Ribeiro,
Ana P. Martins, Pablo Flores, Floriano Viseu,
Ana M. Oliveira, Isabel A. Matos,
João P. Balula, Véronique Delplancq

Viseu, 2017

Ficha técnica

Título: Humor no Ensino da Matemática: Tarefas para a Sala de Aula

Autores: Luís Menezes, Helena Gomes, António Ribeiro, Ana P. Martins, Pablo Flores, Floriano Viseu, Ana M. Oliveira, Isabel A. Matos, João P. Balula, Véronique Delplancq
Capa: Mariana Menezes, a partir de uma tira de Marlon Tenório

ISBN: 978-989-54036-0-8
Data: dezembro, 2017

Local de edição: Viseu

Editora: Escola Superior de Educação • Instituto Politécnico de Viseu

Impressão: Litoprint - Artes Gráficas, Lda.

Agradecimentos: Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UID/Multi/04016/2016. Agradecemos adicionalmente ao Instituto Politécnico de Viseu e ao CI&DETS pelo apoio prestado.

Índice

Apresentação

Este livro, *Humor no Ensino da Matemática: Tarefas para a sala de aula*, surge no âmbito do projeto de investigação HUMAT (*Humor in Mathematics Teaching*), desenvolvido pela Escola Superior de Educação de Viseu (Portugal), em parceria com a Universidade do Minho (Portugal), a Universidade de Granada (Espanha) e a Universidade de Mendoza (Argentina), com o apoio do Instituto Politécnico de Viseu (Portugal) e do CI&DETS.

O projeto assume duas ideias fundamentais. Por um lado, assume a importância que o humor tem na criação de um ambiente de aprendizagem que pode impulsionar a motivação para aprender Matemática. Por outro lado, assume que a compreensão do humor e a aprendizagem da Matemática são duas atividades que exigem boa capacidade de raciocínio. Admite ainda que o ensino exploratório da Matemática, baseado no trabalho dos alunos com tarefas matemáticas desafiantes, tem um elevado potencial para a aprendizagem. Nesta medida, surge este livro de tarefas matemáticas de cunho humorístico, que procuram cumprir estas duas funções, ou seja, predispor os alunos para aprender e levá-los a raciocinar sobre situações humorísticas que envolvem conceitos matemáticos.

Para consubstanciar este desiderato, o livro organiza-se em duas secções. A primeira é dedicada a uma breve apresentação do conceito de humor e de outros conexos, inicialmente de forma geral e depois focando a educação matemática. A maior secção do livro, a segunda, é dedicada à apresentação de tarefas matemáticas que têm por base vinhetas ou tiras de banda desenha de natureza humorística.

As tarefas propostas foram pensadas para um ensino da Matemática de tipo exploratório e, por isso, regra geral, têm uma natureza aberta. Quase invariavelmente, começam com um pedido ao aluno para descrever a situação apresentada e dizer se a consideram bem-humorada. Após este primeiro pedido, surgem outros de natureza mais específica.

As tarefas selecionadas focam diversos tópicos matemáticos do ensino básico. As propostas podem ser usadas em duas circunstâncias. Algumas foram pensadas como meio de introduzir novos tópicos e outras para consolidar conhecimentos aprendidos anteriormente. A forma como são apresentadas as tarefas permite que elas sejam exploradas em níveis de escolaridade diversos, adaptando-se os enunciados ou o acompanhamento do professor.

As tarefas podem distinguir-se por aquilo que desencadeiam nos alunos. Algumas acentuam a vertente afetiva/emotiva ao procurarem captar a atenção dos alunos para a aprendizagem, pela situação inesperada que apresentam. Outras tarefas, acentuam a vertente cognitiva e intelectual. O trabalho dos alunos, com elas, vai muito para além de os focar na aprendizagem, constituindo desafios que decorrem de ruturas cognitivas que as situações veiculam. Para cada tarefa, oferecemos inicialmente uma breve descrição da situação e depois tecemos considerações de natureza didática sobre as diversas questões em que se desdobra.

Em torno do humor no ensino da Matemática

Situando o humor

O humor é uma parte integrante da atividade humana, podendo ocorrer de várias formas, (como, por exemplo, piadas, trocadilhos, imitações, ilustrações, *cartoons*), em diversas situações (formais, informais), de diferentes modos (espontâneo, previamente preparado) e com diferentes alvos (como, por exemplo, instituições sociais, políticos, desportistas). O humor pode ser visto como uma atitude existencial que permite aceitar ou entender melhor a realidade, retirando os aspetos geradores de *stress* e criando ambientes de distensão, a que se associa, muitas vezes, o riso (Adão, 2008; Banas, Dunbar, Rodriguez & Liu, 2011; Martin, 2007; Meyer, 2015).

O conceito de humor tem evoluído historicamente, sendo estudado por muitas áreas científicas como, por exemplo, a Psicologia, a Linguística, a Filosofia e a Sociologia. Banas *et al.* (2011) defendem que "o humor envolve a comunicação de múltiplos significados incongruentes que são divertidos de alguma maneira" (p. 117). O humor é, assim, uma forma de comunicação que utiliza abundantemente a ambiguidade e a polissemia, conciliando elementos cognitivos e afetivos com a intenção de fazer rir (Guitart, 2012; Martin, 2007; Meyer, 2015).

Funcionamento do humor. O humor tem sido estudado sob diversos pontos de vista teóricos, que oferecem diferentes visões sobre o modo como ele acontece. Das diversas teorias que explicam o humor, destacamos as seguintes: a teoria da superioridade, a teoria da incongruência e a teoria da libertação (Adão, 2008; Adão & Oliveira, 2011; Bergson, 2011; Martins, 2015). Para a primeira teoria, o humor decorre de se assumir um sentido de superioridade em relação a alguém ou a alguma coisa, o que conduz à possibilidade de ridicularizar comportamentos de forma jocosa. Este mecanismo está muito presente no humor britânico e também no humor político (Adão, 2008; Martins, 2015). A incongruência é um mecanismo muito comum no humor, em que se confrontam, de forma inesperada e hilariante, duas situações aparentemente incoerentes e incongruentes. O humor processa-se quando o leitor resolve essa aparente incongruência (Adão, 2008; Martins, 2015). A terceira teoria explica o humor como um escape ao avolumar de tensão num determinado contexto. Essa tensão desfaz-se, repentinamente, por um acontecimento inesperado e hilariante (Adão, 2008; Martins, 2015).

Devido à especificidade do humor, a perceção de uma mensagem humorística depende de inúmeros fatores, como a língua e a personalidade do indivíduo. Além disso, a capacidade de apreciação do humor vai acompanhando também o desenvolvimento do indivíduo, desde os primeiros anos de vida até à idade adulta.

Sentido de humor. O sentido de humor é uma maneira de olhar o mundo, um estilo, um meio de autoproteção e de ultrapassar dificuldades e, ainda, uma forma de ataque, de mostrar amabilidade, de ajudar alguém em situações difíceis e de ganhar a confiança dos outros (Thorson & Powell, 1993). Para além da estrutura individual do sentido de humor que fornece um conjunto de ferramentas humorísticas, o uso que cada um faz do humor pode variar com a personalidade, a disposição do momento, a situação vivida e a importância que lhe é dada (Adão, 2008). Ruch e Hehl (1983) incluíram como características do sentido de humor o reconhecimento de si próprio como indivíduo com humor e do humor dos outros, a apreciação do humor, o riso e, finalmente, a capacidade de recorrer ao humor para lidar com as situações. No que diz respeito à autoimagem, é muito importante o historial das vivências em termos dos sucessos e dos insucessos individuais, pois eles condicionam o nível de motivação para o desenvolvimento do sentido de humor. Uma pessoa que sente que as suas intervenções humorísticas costumam ser apreciadas pelos outros tende a considerar-se um indivíduo com humor e não tem razões para se coibir de recorrer a ele. Por outro lado, aqueles que sentem, frequentemente, dificuldades em percecionar o humor em situações, quer contextuais, quer verbais, são mais suscetíveis de assumirem uma atitude mais relutante perante a criação ou a apreciação do humor (Coulson & Kutas, 2001). A fronteira entre a atitude perante o humor dos outros e o humor em si é muito ténue, já que a expressão da subjetividade de cada pessoa se traduz nos seus gostos e na sua perspetiva perante os tipos de humor. Em suma, o sentido de humor não é um traço unitário, relacionando-se com o comportamento, com a cognição e com a personalidade.

Humor no ensino-aprendizagem da Matemática

Na atualidade, o humor é muito valorizado socialmente, estando presente em inúmeros contextos da atividade humana. O humor tem uma presença forte nas atividades de diversão, como no teatro, no cinema, na rádio, na televisão, na internet e na literatura, por se reconhecer que tem um papel importante no bem-estar e no alívio do *stress* motivado pela azáfama e pelos problemas do quotidiano (Adão, 2008; Celso, Ebener & Burkhead, 2003). No mundo empresarial, o humor é usado como potenciador da produtividade e também como facilitador da negociação (Gockel, 2017). E o que se passa na Educação e, particularmente, na Educação Matemática? Há alguma utilização do humor nas salas de aula com valor educativo e instrucional?

Trabalhos recentes de revisão da literatura sobre o uso do humor no ato educativo mostram um grande interesse dos investigadores pelo tema, principalmente no final do século XX (Banas *et al.*, 2011; Martin, 2007). Muitos destes estudos revelam que o humor tem efeitos positivos na criação de bons ambientes de aprendizagem e no aumento da capacidade de concentração dos alunos. Outros estudos apontam também o uso de humor para aliviar a tensão no ensino de tópicos que habitualmente provocam nos alunos dificuldades e que são geradoras de ansiedade (Banas *et al*, 2011).

Grande parte dos estudos revistos por Banas *et al.* (2011) revela que a utilização do humor é essencialmente uma estratégia comunicativa de apoio ao discurso oral dos professores, estando este humor mais ou menos focado nos tópicos a ensinar. O estudo realizado em Portugal, com cerca de 600 professores que ensinam Matemática desde o 1.º ciclo até ao ensino superior (Menezes, Viseu, Ribeiro & Flores, 2017) mostra que cerca de 90% dos professores inquiridos dizem utilizar o humor nas suas aulas, sendo que mais de metade deles diz fazê-lo regularmente. Ao serem questionados sobre como o utilizam, apresentam exemplos que revelam sobretudo um uso no discurso oral, focado em tópicos matemáticos. Nos exemplos seguintes, os professores estudados introduzem no seu discurso oral questões, adivinhas e expressões que procuram tirar partido de trocadilhos engraçados, envolvendo a Matemática, com o objetivo de captar a atenção dos alunos e de facilitar a retenção de informação: "Quando em Geometria falamos do raio costumo perguntar: *Quem sabe o que é pior que ser atingido por um raio?*" (p. 63); "Recorro ao humor, nomeadamente para os incentivar a enveredarem pela procura da prova matemática" (p. 64). Este professor concretiza: "Uma expressão que uso com alguma frequência é algo do tipo: se não conseguem encontrar contraexemplos para refutar a conjetura, das duas uma, ou é 'nabice' vossa ou é uma impossibilidade matemática" (p. 64). Em consequência, o professor refere que "a partir daqui, surgem conversas bem-dispostas em que os estudantes, querendo evitar enquadrar-se na categoria de "nabos", se esforçam por ir mais além na análise da validade da conjetura" (p. 64).

O humor, com o seu lado subversivo da realidade, procura "desarmar" os alunos e retirá-los de uma possível atitude defensiva face à Matemática, desencadeando sensações de bem-estar ao ser percecionado o engraçado da situação. Em sala de aula, as situações humorísticas apresentadas pelo professor podem cumprir duas funções fundamentais: função afetiva/emotiva e função intelectual/cognitiva (Banas *et al.*, 2011; Guitart, 2012; Meyer, 2015). Quando a situação humorística não está diretamente relacionada com o tópico matemático que se quer ensinar, sobressai a função afetiva/emotiva, procurando o professor criar um bom ambiente de aprendizagem. Ao invés, quando a situação humorística está diretamente relacionada com o tópico matemático, sobressai a função intelectual/cognitiva acima da função afetiva/emotiva. Neste caso, o humor tem um papel importante na aprendizagem do conteúdo que está a ser ensinado, seja porque ele está presente em alguma tarefa, seja porque ele favorece a compreensão do conceito ou, simplesmente, porque facilita a memorização de algum nome ou ideia.

Organização do livro

Este livro traduz uma proposta de uso do humor na sala de aula de Matemática, fazendo duas escolhas. Por um lado, enfatiza-se o humor gráfico relativamente ao humor verbal do professor. Por outro lado, esse humor procura que a combinação das funções emotiva e cognitiva surta bons efeitos na aprendizagem da Matemática.

As tarefas estão desenhadas de uma forma aberta, sendo o humor convocado para constituir um desafio matemático para os alunos. Por isso, as tarefas têm características para serem utilizadas num ensino de natureza exploratória, em que a atividade matemática dos alunos é um caminho para aprendizagem.

Tipicamente, uma aula de ensino exploratório de tópicos matemáticos decorre ao longo de três ou quatro fases (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2014; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Stein *et al.* (2008) propõem uma aula em três fases: lançamento da tarefa, exploração pelos alunos, discussão e sintetização. Outros autores, como Canavarro, Oliveira e Menezes (2014) desdobram a última fase, distinguindo a discussão coletiva, em que os alunos são os principais protagonistas, da fase de "sistematização das aprendizagens" onde o professor readquire maior protagonismo, envolvendo os alunos na institucionalização do conhecimento matemático, que resulta de uma abstração reflexiva a partir da tarefa realizada, mas também de outras realizadas antes, estabelecendo conexões com outros conteúdos matemáticos.

Neste livro são apresentadas 15 tarefas matemáticas, sendo que, na maioria delas, o humor decorre de situações de incongruência, envolvendo a utilização de conceitos matemáticos. É isso que acontece, por exemplo, nas tarefas "Ao ataque!", "Quando o 2.º não é grande coisa…" e "Um mapa mais pequeno". Em outras tarefas, tira-se partido de trocadilhos que envolvem a linguagem natural e a linguagem matemática, como na tarefa "Retidão", e ambiguidades de linguagem, como na tarefa "Graus e graus". Outras tarefas tiram partido de questões internas da própria Matemática, tanto em relação a conclusões sobre a própria tarefa, como na proposta "Regularidade irregular", como na linguagem que se usa, tal como acontece na tarefa "Certo ou errado?".

Tarefas matemáticas

Ao ataque![1]

Hagar, o terrível, Chris Browne

1. Descreve a situação apresentada na tira. Que intenção terá tido o protagonista desta situação e que estratégia usou? Consideras a situação engraçada?
2. Quantos números tem o Chiripa que dizer antes de atacar? Que números foram usados? E que representações?
3. Como poderia reduzir o tempo de espera? E se, pelo contrário, quisesse atrasar ainda mais o ataque?
4. Imagina que o Chiripa chega a $9\frac{7}{8}$. A que estratégia pode recorrer para adiar ainda mais o início do ataque?

[1] Esta tarefa faz parte dos materiais desenvolvidos para apoiar a implementação do programa de Matemática do ensino básico (Menezes, Rodrigues, Gomes & Tavares, 2009).

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma tira humorística de "Hagar, o terrível", do cartoonista norte-americano Chris Browne. Nela encontramos duas vinhetas. Na primeira, Hagar e os seus companheiros estão sob ataque e, aparentemente, prepara-se um contra-ataque. Hagar pede a Chiripa para contar até 10, após o que atacarão. Na segunda vinheta, somos surpreendidos com a estratégia hilariante adotada por Chiripa que, inesperadamente, recorre a frações com a intenção de demorar mais tempo até atingir 10.

A tarefa

Com esta tarefa, é possível levar os alunos a comparar e a ordenar números racionais representados de diferentes formas e também a localizar e a posicionar na reta numérica um dado número racional não negativo.

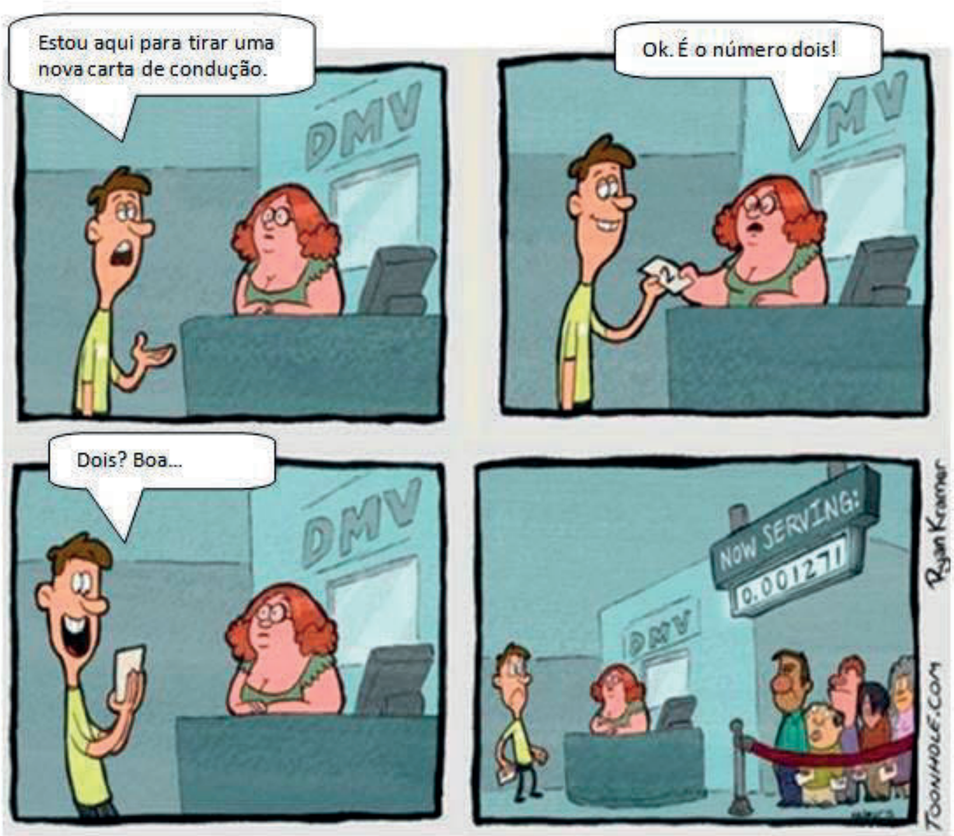
A tarefa, construída a partir da tira, procura, inicialmente, levar os alunos a compreender o que terá motivado esta estranha forma de "contar", ou seja, esclarecer qual terá sido a intenção do protagonista. Esta compreensão matemática permite aos alunos apreciar o humor presente na tira.

Com a segunda questão, pretende-se que os alunos indiquem quantos números teriam de ser ditos até atingir 10 e que explorem diversas formas de representação.

Na terceira questão, espera-se que os alunos tirem partido do seu conhecimento sobre números racionais e compreendam que o denominador da fração está relacionado com a "quantidade" de números que têm que ser ditos até iniciar o ataque, ou seja, utilizando frações unitárias $\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}$ (como na tira), o incremento de n aumenta o tempo de espera e a sua diminuição, o contrário. A "quantidade" de números que têm de ser ditos é dada pela expressão $10n$. É, igualmente, interessante discutir o que acontece quando as frações não são unitárias.

Na quarta questão, os alunos são desafiados a encontrar números racionais não negativos entre $9\frac{7}{8}$ e 10. Os alunos podem ser levados a compreender que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar um outro número racional. Para isso, têm oportunidade de utilizar diferentes formas de representação, estabelecendo conexões entre elas.

Quando o 2.º não é grande coisa…



1. Descreve a situação apresentada na tira. Consideras a situação engraçada?
2. Admitindo que neste dia a numeração iniciou em 0, quantas pessoas podem já ter sido atendidas?
3. Se esta numeração continuar na forma que é sugerida na imagem, quantas pessoas ainda devem ser atendidas até chegar ao 1? E ao 2?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma tira humorística do blog *Toon Hole*[2], do ilustrador gráfico norte-americano, Ryan Kramer.

A situação apresentada parte de uma utilização habitual dos números naturais para determinar a ordem de uma sequência que, geralmente, é utilizada para marcar a vez, enquanto se espera numa fila. Tendo sido atribuído o número 2, a satisfação é evidente dado que, imagina-se, não se vai ter que esperar muito tempo, atendendo a que usualmente os mostradores iniciam a contagem em 1 (ou, quando muito, em 0). O inesperado nesta situação deve-se ao facto de o número que expressa a última pessoa a ser atendida não ser um número inteiro (0,001271) e, por isso, a demora até chegar o número 2 pode ser muito maior do que a que se previa. A quarta vinheta expressa, portanto, de forma hilariante, a surpresa, porventura o desapontamento sentido, quando se repara que a "contagem" não é feita como habitualmente.

A tarefa

Esta tarefa destaca o uso dos números no quotidiano, designadamente quando é atribuída uma senha numa situação de espera, pelo que possibilita a discussão em torno da utilidade da Matemática. A tarefa permite trabalhar a extensão de $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Q}$, esperando-se que o aluno compreenda que entre dois números naturais existem infinitos números racionais. É possível explorar, também, a ordenação de números racionais na representação decimal.

A primeira questão induz uma chamada de atenção sobre o significado dos números. Numa primeira fase, leva-se o aluno a reconhecer que os números naturais dão uma ideia de ordem (numerais ordinais). Ao contrário do que acontece com os números racionais, com os números naturais pode saber-se quantos números estão antes de um dado número (admitindo que se conhece o início da "contagem"). Para não dificultar a exploração da tarefa, o número de casas decimais foi delimitado a seis. Dessa forma, a situação sugere a "contagem" através da sequência 0,000000; 0,000001; 0,000002;... No entanto, a tarefa pode ser apresentada com mais ou com menos ordens decimais na representação do número de chamada.

[2] http://toonhole.com/

Este raciocínio é retomado na segunda questão quando se verifica que a “contagem” é feita em "milionésimas", concluindo-se, desta forma, que foram atendidas 1271 pessoas levando a que a sequência anterior fique mais clara.

A terceira questão parte do pressuposto anterior, isto é, com seis ordens decimais, o último número antes do número 1 é 0,999999 e o número anterior ao número 2 é 1,999999.

$\frac{86499328}{259497984}$ de cogumelos

1. Descreve a situação apresentada na tira. Que intenção terá tido o pequeno protagonista desta situação? Consideras a situação engraçada?
2. O que te parece o uso das frações que foi feito neste pedido? Que frações costumas usar quando queres variar os ingredientes de uma mesma piza?
3. Como poderemos saber se as três frações indicadas totalizam uma piza inteira?

Indicações para exploração

Descrição da situação

A tarefa matemática apresentada tem como base uma tira humorística de FoxTrot, do cartoonista norte-americano Bill Amend. Na tira humorística, o pai, Roger Fox, vem levantar uma piza encomendada em nome de "Fox". O funcionário identifica a encomenda e refere, ironicamente, que essa piza tem 3 ingredientes: queijo, linguiça e cogumelos em frações representadas de forma pouco usual ($\frac{17}{51}$, $\frac{109}{327}$ e $\frac{86499328}{259497984}$ de queijo, linguiça e cogumelos, respetivamente). A utilização de frações pouco habituais tem, aparentemente, impacto no troco recebido, já que Roger Fox fica com os bolsos repletos de cêntimos.

A tarefa

A tarefa construída a partir desta tira procura aprofundar o conceito de número racional na representação fracionária e a sua utilização em contextos reais. Particularmente, a proposta visa o trabalho com frações redutíveis e as formas para obter outras equivalentes (redutíveis ou irredutíveis). Na tira, são utilizadas as frações $\frac{17}{51}$, $\frac{109}{327}$ e $\frac{86499328}{259497984}$. Esta terceira fração, que se refere à parte de cogumelos da piza, é composta por dois números pares (numerador e denominador da fração), o que revela que ela é redutível. Na verdade, o numerador da fração decompõe-se em $2^{14}\times10559$, valorizando-se a intenção do autor na utilização de um número que é divisível 14 vezes por 2. Uma vez que $3\times9=27$ e $3\times100=300$, facilmente se conclui que a segunda fração também é redutível. Para além disso, a primeira fração apresentada, correspondente à parte de queijo na piza, tem numerador 17 e denominador 51 e, portanto, é equivalente a $\frac{1}{3}$, uma vez que $17\times3=51$. Como a primeira fração é equivalente a $\frac{1}{3}$ e as outras duas são também redutíveis, a procura de uma fração equivalente e irredutível para cada uma das três frações torna-se mais natural. Nas três frações, o denominador é o triplo do numerador, o que permite concluir que cada uma é equivalente a $\frac{1}{3}$. A devolução do troco de uma forma pouco usual (muitas moedas) completa e estabelece uma relação com a situação caricata provocada pelo pedido (grande fracionamento da piza provocado pela utilização de denominadores muito elevados).

A primeira questão centra a atenção do aluno numa situação do quotidiano, mas em que as frações dos ingredientes de uma piza não são comuns. A primeira impressão da leitura deve despertar humor pela estranheza das frações utilizadas para representar a parte de cada ingrediente da piza.

A segunda questão pretende evidenciar a importância dos números racionais na vida real (em particular a representação na forma de fração) bem como destacar as representações mais adequadas em diversas situações. Esse reconhecimento pelos alunos deve permitir constatar, ainda mais, o ridículo das frações utilizadas na tira.

A terceira questão requer os procedimentos descritos anteriormente para a obtenção de frações equivalentes, eventualmente na forma irredutível. Assim, os alunos concluem que a soma das estranhas frações utilizadas no pedido da piza é equivalente a $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$, ou seja, à unidade (totalidade da piza).

Frações, para que vos quero!

1. Observa a situação da tira. O que te parece a situação apresentada? Concordas com as personagens? Consideras a situação engraçada?
2. No teu dia a dia, utilizas frações? Se sim, em que situações?
3. Ao todo, que parte da piza tem mozarela e atum? E mozarela e fiambre?
4. De que forma(s) poderia ser feita a divisão proposta pelo papagaio?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma tira humorística do professor e investigador em educação matemática brasileiro William Raphael Silva.

Com muita frequência, os alunos questionam os professores sobre a utilidade dos conteúdos ensinados na escola. A situação caricaturada nesta tira apresenta dois amigos, um macaco e um papagaio, que questionam a utilidade das frações. Aparentemente, estão de acordo sobre a sua "inutilidade" em contextos do dia a dia. A terceira vinheta, de forma inesperada, revela uma contradição hilariante entre o argumento apresentado no início e o uso que os dois amigos fazem, de forma extensiva, dos números racionais.

A tarefa

Com esta tarefa procura-se, inicialmente, que os alunos compreendam que, com frequência, eles próprios questionam a utilidade de determinados conceitos matemáticos em situações do dia a dia. Na situação apresentada é destacado o uso das frações com o sentido de relação parte-todo, solicitando-se aos alunos que identifiquem e apresentem outras situações que apelem à utilização de números racionais na forma fracionária.

As questões seguintes apelam à compreensão dos números racionais na representação fracionária, designadamente às operações adição e divisão com esses números e respetivos significados. Em particular, a questão 4 permite diferentes resoluções para satisfazer o pedido do papagaio como, por exemplo:

i) Divisão equitativa dos ingredientes

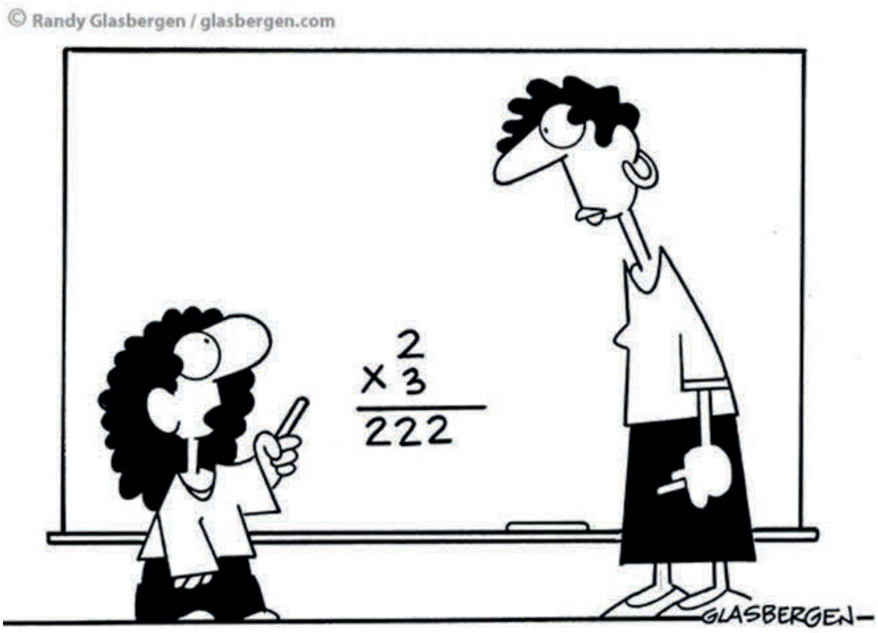
$$\frac{3}{16} \text{ de mozarela} + \frac{3}{16} \text{ de fiambre} + \frac{2}{16} \text{ de atum para cada}$$

ii) Divisão equitativa do número de fatias

$$\frac{3}{8} \text{ de mozarela} + \frac{2}{16} \text{ de atum para um e } \frac{3}{8} \text{ de fiambre} + \frac{2}{16} \text{ de atum para outro}$$

iii) Combinações, para cada um, de 4 das 8 fatias da piza, contendo ingredientes diferentes.

Certo ou errado?



"O que queres dizer com... é o tipo errado de verdade?"

1. Descreve a situação apresentada na imagem. Consideras a situação engraçada?
2. Haverá alguma "verdade" na situação apresentada? Porquê?
3. Como se poderia corrigir o resultado da operação sem apagar qualquer um dos números?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma ilustração de Randy Glasbergen, um dos cartoonistas norte-americanos mais populares e publicados. Este autor visa, de forma humorística, os usos e costumes da sociedade e, em particular, da Educação. Neste campo, a aula e o professor de Matemática são temas recorrentes, como na ilustração que aqui se apresenta. Nela somos confrontados com uma parte de diálogo entre a professora e um aluno a propósito de uma utilização "particular" do algoritmo da multiplicação.

A tarefa

A tarefa construída a partir desta ilustração procura levar os alunos a compreender o significado da multiplicação como adição de parcelas iguais. O algoritmo apresentado na ilustração sugere que essa ideia está presente no pensamento do aluno e também na intervenção da professora que diz que é "um tipo errado de verdade". A questão que se pode colocar à resolução do aluno, e que poderá fazer sorrir os alunos desta ilustração, reside no facto de o nosso sistema de numeração não ser aditivo e, portanto, 222 não ser o mesmo que 2+2+2. Esta tarefa proporciona, igualmente, a exploração dos significados de multiplicando e de multiplicador.

Na primeira questão, levam-se os alunos a apreciar a ilustração apresentada e a resposta da professora. A estranheza inicial do resultado da multiplicação pode levar os alunos à procura de alguma racionalidade existente nele e, ao encontrá-la, a rir disso.

Na segunda questão, a compreensão que os alunos já têm do sistema de numeração decimal deve levá-los a interpretar o resultado como uma representação errada de uma ideia correta, que pode, eventualmente, resultar de uma "matreirice" do aluno.

Na terceira questão, pretende-se que os alunos, identificado o erro no resultado da multiplicação, encontrem formas de o corrigir. Isso pode passar por colocar sinais de adição entre os três algarismos e apresentar o resultado como "2+2+2=6". Podem, contudo, surgir outras formas de simbolização que deem sentido ao resultado. No final, é importante que o professor leve os alunos a tomar consciência de que, neste caso, o uso do algoritmo da multiplicação é totalmente desadequado e o cartoonista também terá procurado mostrá-lo ao criar esta ilustração humorística.

Regularidade irregular

1. Descreve a situação apresentada na imagem. Consideras a situação engraçada?
2. Por que razão terá o aluno respondido "seis"?
3. Encontra regularidades em adições de números naturais e justifica-as.

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma tira humorística de Juan Carlos Partidas, *designer* venezuelano[3] e autor do blog *Rechiste*[4]. É autor de diversas tiras que remetem para ideias matemáticas. Nesta tira, existem duas personagens: um professor e um aluno. É apresentada uma situação escolar com duas igualdades numéricas, uma delas completa. O aluno usa a regularidade encontrada na primeira igualdade para responder, de forma incorreta, à segunda. É nessa dedução errada que reside o humor da situação apresentada. Ao ver o sucedido, o professor mostra-se surpreendido e desiludido com a resposta do aluno.

A tarefa

A tarefa permite explorar os conceitos de sequência numérica, adição de números naturais e regularidades em igualdades numéricas. Espera-se que o aluno seja capaz de entender e apreciar o humor na situação e, portanto, compreenda a lógica que o rapaz utilizou para responder ao pedido.

A primeira questão pressupõe que o aluno reconheça a validade da primeira igualdade e que a resposta à segunda "igualdade" é incorreta.

O segundo pedido da tarefa procura levar o aluno a compreender a lógica usada pelo rapaz, ao responder 6 como resultado de 4+5. Depois de reconhecer a validade de 1+2=3, o rapaz da ilustração deduz, de forma errada, que a adição de dois números naturais consecutivos é igual ao sucessor do maior desses dois números, aplicando essa conjetura à segunda operação. É fundamental que a tarefa leve à compreensão de que, apesar de existir uma regularidade na sequência dos números apresentados, ela deixa de ser válida na segunda "igualdade".

Os alunos podem também considerar a regularidade entre as parcelas, comparando a segunda linha com a primeira (cada número da segunda é o correspondente da primeira mais 3) e conjeturar que o rapaz terá feito, erradamente, o mesmo raciocínio para as somas (3+3).

[3] Informação em https://qumeradigital.wordpress.com/2016/05/27/el-rechiste-humor-entre-vinetas/
[4] http://elrechiste.blogspot.com.es/

O último pedido apresenta-se como uma proposta aberta para a descoberta e justificação de regularidades em adições de números naturais. É possível identificar regularidades de diferentes naturezas. Os exemplos seguintes são casos possíveis para resposta à questão:

i) na sequência dos múltiplos de um número natural, é válida a relação $n + 2n = 3n$, para qualquer n natural, ou seja, a soma de um número natural com o seu terceiro múltiplo, $2n$, é igual ao seu quarto múltiplo, $3n$;

ii) a soma dos n primeiros naturais consecutivos é igual a $\frac{n^2+n}{2}$ (relação conhecida como *Conjetura de Gauss).*

Nome completo, quase completo ou incompleto?

1. Descreve a situação apresentada na imagem. Consideras a situação engraçada?
2. De que número se fala na imagem? Como podes definir e classificar esse número?
3. Concordas com a afirmação de que a mãe disse o "nome completo"?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática baseia-se numa ilustração humorística disponível no Blogue *Sardonic Salad*, que se intitula como "Webcomic". Na ilustração aparece retratado o número π, alvo de personificação, numa conversa telefónica, quando é chamado pela sua "mãe", que, segundo ele, o nomeia pelo seu "nome completo".

A tarefa

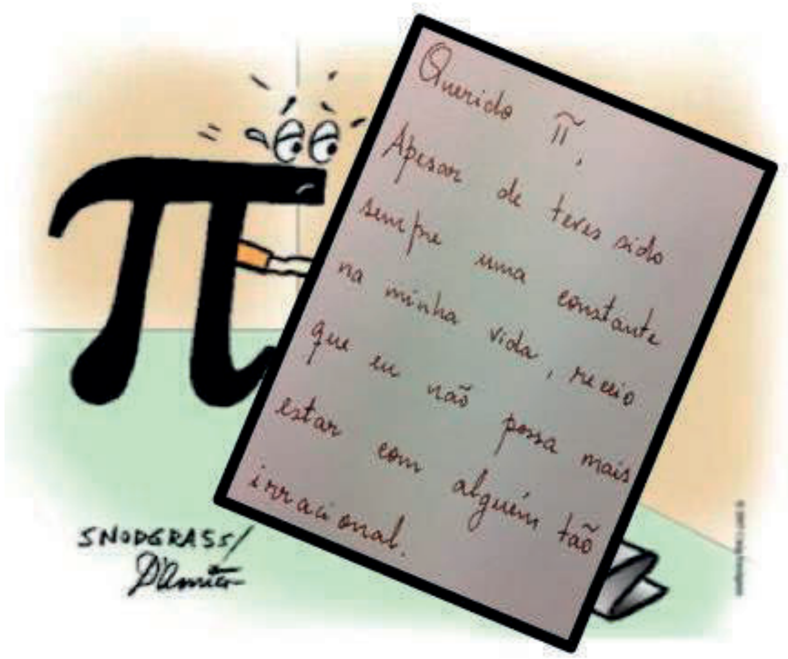
A tarefa procura levar os alunos a reconhecer o π como um número irracional, que é representado por uma dízima infinita não periódica. Por isso, na imagem são apresentadas mais de 60 ordens decimais seguidas de reticências.

Na primeira questão, os alunos apreciam a ilustração apresentada relacionando esta forma pouco usual de escrever o π e explorando o facto de ser representado por uma dízima infinita não periódica. A conexão entre esse facto e a forma como os filhos são algumas vezes chamados pelos pais (pelos nomes completos, quando o assunto é sério), pode levar os alunos a rir.

Na segunda questão, pede-se aos alunos para: identificar o π; definir como o quociente entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência; e classificar esse número como um número irracional. Os alunos reconhecem que os números irracionais podem ser representados por dízimas infinitas não periódicas, ao contrário dos números racionais que podem ser representados por dízimas finitas ou infinitas periódicas.

Na terceira questão, os alunos devem reconhecer que não é possível dizer o "nome completo" por se tratar de uma dízima infinita. Por isso, o humorista teve necessidade de usar as reticências no nome. A este propósito, pode pedir-se aos alunos para comentarem o título da tarefa: "Nome completo, quase completo ou incompleto?".

O humor tem destas coisas!



1.	Descreve a situação apresentada na imagem.
2.	Quem poderá ter escrito esta carta? Como justificas o estado de espírito do π?
3.	Explica o sentido das palavras "constante" e "irracional" na carta.
4.	Consideras a situação engraçada?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática baseia-se numa ilustração humorística de Craig Snodgrass, gráfico norte-americano. Nessa ilustração, o número π é personificado, recebendo uma carta que o deixa triste, uma vez que o remetente parece anunciar o fim da relação entre os dois, com o argumento de que o π é irracional.

A tarefa

A tarefa apresentada permite explorar o conceito de número e de conjunto numérico e suas representações, em particular os conceitos de números racional, irracional e real. A situação de partida pauta-se pela polissemia, recorrendo a um "jogo de palavras" ("constante" e "irracional"). É interessante reconhecer que, como na vida, também na Matemática, um elemento constante é um elemento que não tem qualquer variação. Ao contrário das variáveis, os números são constantes. Em particular, π é um número que representa a razão, constante, entre o perímetro e o diâmetro de qualquer circunferência. A ideia de "constante" surge na carta porque o remetente da mensagem garante que o π tem sido uma constante, também, na sua vida. Já o duplo significado de irracional deverá levar à identificação do humor na situação. Por um lado, uma pessoa irracional é, usualmente, uma pessoa desprovida de razão ou sem raciocínio. Por outro lado, uma vez que o π é um número irracional, dado que é representado por uma dízima infinita não periódica, acaba por sofrer a consequência de perder o amor do remetente, já que é associado a um ser irracional no sentido não matemático.

Na primeira questão, os alunos descrevem o facto do π receber uma carta e identificam o conteúdo da carta.

A partir do conteúdo lido na carta, é fácil prever que ela foi escrita por um remetente que mantém uma relação com o número irracional. O estado do π justifica-se pelo conteúdo da carta que parece antecipar o fim da relação entre ambos. Nesta segunda questão, pode pedir-se aos alunos para indicarem possíveis remetentes para a mensagem. Por exemplo, o remetente pode ser um número irracional? Se sim, a carta poderia ter um conteúdo diferente e a história um desfecho distinto?

O reconhecimento da importância que as palavras "constante" e "irracional" têm na carta permite que os alunos compreendam que elas são a chave para se entender o humor da situação. Particularmente, devem compreender que ser uma pessoa irracional na vida é algo que não é positivo mas, na Matemática, os números irracionais existem, são muitos e não têm qualquer "característica negativa" (como aliás nenhum dos outros). O humor da situação surge quando os alunos compreendem que a mensagem da carta confunde deliberadamente os dois sentidos de *irracional*. Neste contexto, é interessante recordar ou introduzir o conceito de número irracional e mostrar que não é possível escrever π na forma $\frac{a}{b}$, com $a, b \in \mathbb{Z}$ e $b \neq 0$, ou seja, que não é possível escrever π como uma razão entre dois quaisquer inteiros a e b, com $b \neq 0$, como acontece com qualquer número racional.

Igual, embora diferente!

1. Descreve a situação apresentada na imagem. Consideras a situação engraçada?
2. O rapaz tem razão no que diz?
3. O número de passos que cada um dá para chegar até ao outro será igual? O que varia?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática surge no contexto de uma tira humorística, de Alexandre Beck, jornalista e publicitário brasileiro, em que se apresenta um diálogo entre um filho e o seu pai, em que o pai pede ao filho que venha até ele quando quiser falar. O pai argumenta que a distância é a mesma para os dois, ao que o filho contra-argumenta ao dizer que o tamanho da sua perna é mais curto do que o tamanho da do pai.

A tarefa

A tarefa construída a partir desta tira lida com os conceitos de distância entre dois pontos (medida do comprimento do segmento de reta que os une). Sendo, neste caso, o comprimento igual para os dois, a sua medida pode ser diferente consoante a unidade de medida que se utiliza. Nessa situação, os passos do filho e do pai afiguram-se como possíveis unidades de medida.

A primeira questão tem como objetivo levar os alunos a apreciarem a tira, ponderando os argumentos apresentados e as imagens que os acompanham.

Na segunda questão, pede-se aos alunos que avaliem os argumentos apresentados relativos à distância e aos passos que cada um terá de dar até chegar ao outro.

Na terceira questão, os alunos devem compreender que ao alterar a unidade de medida de comprimento, o valor da medida, que resulta da comparação entre a quantidade da grandeza e a unidade de medida, se altera.

Retoques extra!

1. Descreve a situação apresentada na tira. Que intenção terá tido a protagonista desta situação? Consideras a situação engraçada?
2. O que te parece a associação que Paige fez entre os três ângulos e a realidade? Para cada um destes ângulos, apresenta outros exemplos da realidade.
3. Quanto valem e como se chamam os ângulos que permitem obter, a partir do primeiro, os outros dois ângulos (90º e 180º)?
4. Como podes obter um ângulo giro a partir de cada um dos três ângulos, isoladamente ou combinando, pelo menos, dois deles?
5. O grau não é a única unidade de medida convencional de temperatura usada no mundo. Faz uma pesquisa sobre outras unidades usadas para medir essa grandeza, particularmente sobre as que são usadas nos Estados Unidos da América, país de origem desta tira. Compara-as com o grau.

Indicações para exploração

Descrição da situação

A tira humorística que dá origem a esta tarefa matemática é da coleção *FoxTrot*, do cartoonista norte-americano Bill Amend. Nessa tira, com 7 vinhetas, Paige parece estar a resolver os trabalhos de casa de Matemática, ao procurar representar ângulos com amplitudes de 30º, 90º e 180º. Para cada um dos pedidos, Paige desenha situações da realidade que, segundo ela, estão associadas a cada um dos ângulos.

A tarefa

A partir da proposta apresentada é possível trabalhar os conceitos de ângulo e de medida de grandezas como a amplitude de ângulos e a temperatura. Para além disso, é possível explorar as correspondências entre grau Celsius e grau Fahrenheit.

Para responder à primeira questão, observa-se o facto da Paige ser capaz de identificar corretamente ângulos com uma determinada amplitude (pelo menos os descritos). No entanto, a graça da situação reside, exatamente, no facto de ela relacionar, de forma criativa, grau como unidade de medida para a grandeza amplitude de ângulo com grau como unidade de medida de temperatura. Essa associação serve para imaginar e desenhar, de acordo com o pedido "desenha", contextos reais associados, tornando a situação engraçada por ser inesperada. A graça da proposta é reforçada com a avaliação de Peter, que caracteriza como "retoques" as ilustrações dos ângulos feitas por Paige.

Ao recorrer a duas representações diferentes, Paige está a usar o termo "grau" de duas formas distintas, ou seja, recorre, embora de forma aparentemente não intencional, à polissemia da palavra "grau". Talvez o pedido para desenhar esteja comummente associado a representações da realidade e não tanto a simbólicas e, possivelmente por essa razão, Paige sente a necessidade de associar três situações reais onde a temperatura é supostamente maior quando o ângulo do desenho correspondente também tem a maior amplitude.

A terceira questão permite recordar que ângulos cuja soma das medidas das amplitudes é 90º são complementares, enquanto ângulos cuja soma das medidas das amplitudes é 180º são suplementares.

A quarta questão leva à decomposição do ângulo giro, com 360º de medida de amplitude, recorrendo à adição ou subtração de outros ângulos.

A última questão permite compreender que existem diferentes escalas para medir a temperatura e que, em particular, a usada de forma comum nos Estados Unidos da América é o grau Fahrenheit, °F, cuja relação com o grau Celsius, °C, é dada por $1^{o}C = \frac{1^{o}F-32}{1,8}$. Tendo em conta os valores, os alunos podem reconhecer que, na tira, a associação está a ser feita com grau Fahrenheit.

Pizas e ângulos

1. Descreve a situação apresentada na tira. O que pensas da solução da Paige? Consideras a situação engraçada?
2. Repara que é difícil, se não impossível, fazeres uma piza com a forma de um círculo. Mas, admite conseguires fazê-lo… verifica se é possível dividires a piza em 5, 7 e 8 partes iguais. Qual é a amplitude de cada ângulo? Isso depende do tamanho da piza? O que podes concluir?
3. Se souberes a amplitude do ângulo de uma fatia de uma piza dividida em 12 partes iguais, sabes as amplitudes das fatias da piza dividida em 6 ou em 4 partes iguais?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma tira humorística da FoxTrot, de Bill Amend, cartoonista norte-americano. A tira é composta por duas partes. Na primeira, Paige resolve uma tarefa escolar, envolvendo divisões de pizas em 8, 5 e 7 partes e a amplitude dos ângulos ao centro de cada fatia. Na segunda parte, estabelece-se um diálogo entre Peter e Paige – Peter não concorda com a resposta dada por Paige, de que a amplitude dos ângulos "depende da temperatura do forno" e Paige sugere que o amigo, Steve, que trabalha num pizaria, os possa ajudar. O hilariante da tira reside na ligação que as personagens fazem entre os "graus" (amplitude) de cada ângulo e os "graus" (temperatura) do forno das pizas.

A tarefa

Esta tarefa possibilita trabalhar o conceito de ângulo ao centro de uma circunferência, ilustrado com questões que envolvem divisões de pizas. Desse modo, também o conceito de fração pode ser explorado, particularmente nos sentidos parte-todo e operador.

Na primeira questão, a solução da Paige remete para a polissemia da palavra "grau", medida da grandeza amplitude de ângulos e medida da grandeza temperatura. Nessa associação, pode reconhecer-se uma situação humorística.

Na segunda questão, a amplitude correspondente a cada fatia é determinada a partir da relação existente entre cada fatia (parte) e a piza (todo) e o facto de o ângulo giro ter medida de amplitude 360º. A reflexão em torno da (im)possibilidade de dividir, efetivamente, uma piza em 8, 5 e 7 fatias conduz às relações de divisores e múltiplos entre os pares de números (8,360), (5,360) e (7,360) – no 1.º caso, a cada fatia corresponde um ângulo de medida de amplitude 45º; no 2.º caso, 72º; e no 3.º caso, o ângulo tem uma medida de amplitude que é uma dízima infinita periódica. No caso da divisão efetiva da piza em 7 partes sugere-se, ainda, a discussão de uma solução justa.

Na terceira questão, espera-se que os alunos reconheçam o número 12 como sendo múltiplo de 6 e de 4 e que quanto maior for o número de partes em que uma piza é dividida, menor será a amplitude do ângulo ao centro correspondente. Desse modo, segue a relação entre as amplitudes das fatias pedidas, isto é, entre as amplitudes dos ângulos ao centro:

i) os ângulos ao centro correspondentes a uma piza dividida em 6 partes iguais têm amplitude dupla da amplitude dos ângulos ao centro de uma piza dividida em 12 partes iguais;

ii) os ângulos ao centro correspondentes a uma piza dividida em 4 partes iguais têm amplitude tripla da amplitude dos ângulos ao centro de uma piza dividida em 12 partes iguais.

Graus e graus

1. Descreve a situação apresentada na tira. Consideras a situação engraçada?
2. Por que razão o pai manda o filho para uma esquina do quarto?
3. Numa planta, o quarto tem uma forma retangular. Qual é a soma da amplitude dos ângulos internos do quarto?
4. Se numa planta for possível verificar que o quarto tem a forma de um quadrilátero qualquer, qual é a soma dos ângulos internos dessa figura?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma tira humorística que está disponível em numerosos sites na internet[5]. Na tira, com cinco vinhetas, o filho queixa-se de frio e o pai sugere que ele vá para uma esquina do quarto, uma vez que "tem 90 graus". À semelhança da tarefa "Retoques extra!", a graça desta tira reside no facto de se recorrer à polissemia da palavra "grau", ou seja, de se usar grau como unidade de medida de temperatura e como unidade de medida de amplitude de ângulos.

A tarefa

A tarefa construída a partir desta tira permite focar os conceitos de perpendicularidade entre dois planos, nomeadamente em relação ao ângulo reto que formam e à sua amplitude medida no sistema sexagesimal, de medida de temperatura em graus e de ângulos côncavos e convexos.

A primeira questão sugere que o aluno identifique na situação o uso da palavra grau como unidade de medida de amplitude de um ângulo e como unidade de medida de temperatura.

Já a segunda questão da tarefa requer a interpretação dos elementos que podem estar envolvidos na situação apresentada e a justificação para o uso da palavra "grau" com os dois sentidos. Portanto, espera-se que seja efetuada a seguinte cadeia de ideias:

- uma esquina (ou canto) composta por pares de planos perpendiculares;

- existência de ângulos retos, ou seja, ângulos com uma medida de amplitude de 90º no sistema sexagesimal;

- grau como unidade de medida de temperatura e reconhecimento que 90º (em graus Fahrenheit), corresponde a um estado bastante confortável em dias mais frios.

A terceira questão aproveita a situação descrita para levar o aluno à conclusão de que a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos de um retângulo é 360º, uma vez que os pares de lados consecutivos são perpendiculares.

[5] Por exemplo, em http://www.juariu.info/post/vy

O último pedido da tarefa alarga o pedido da questão anterior a qualquer quadrilátero. A decomposição de qualquer quadrilátero em dois triângulos (cada um com uma soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos igual a 180º) pode ser uma boa forma de concluir que a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é 360º.

Retidão!

1. Descreve a situação apresentada na imagem. Consideras a situação engraçada?
2. O juiz e o advogado são pessoas retas. E os réus, são? E os dois juntos?
3. Que nome se dá a estes ângulos que nesta ilustração são os réus?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma ilustração do cientista e humorista da Nova Zelândia, Nic D. Kim. A situação descreve um julgamento em que as personagens são "ângulos" – o juiz e o advogado são ângulos retos e os réus são ângulos com medidas das amplitudes de 42º e 48º. O advogado dirige-se ao juiz, argumentando em defesa dos seus clientes que apesar de poderem não obedecer aos desejáveis padrões de honestidade e retidão, juntos formam algo "reto" (entenda-se um ângulo). O hilariante da tira reside, de facto, na comparação da palavra "reto" como sinónimo de pessoa sincera, honesta, vertical e a classificação de um ângulo de medida de amplitude 90º.

A tarefa

Com esta tarefa, é possível trabalhar os conceitos de ângulo (e suas classificações) e ângulos complementares.

Na primeira questão, espera-se que os alunos associem determinados ângulos às personagens e que reconheçam a existência de dois ângulos agudos (42º e 48º), os réus, e dois ângulos retos, o juiz e o advogado. Espera-se, ainda, que a associação das personagens a ideias matemáticas suscite alguma discussão, designadamente entre julgamento (seriedade), juiz (pessoa reta), réus…

Na segunda questão, procura fazer-se uma comparação entre a palavra reto, como sinónimo de pessoa sincera e honesta e vertical, com a classificação de um ângulo de medida de amplitude 90º, ângulo reto. O hilariante da situação reside, de facto, na personificação dos ângulos e nessa associação inesperada. Esta questão permite, ainda, trabalhar o conceito de ângulos complementares.

Na terceira questão, espera-se que os alunos associem os réus a ângulos agudos.

Um mapa mais pequeno

Hagar the Horrible, by Dik Browne, 11/4/98. © King Features Syndicate. Used with permission. All Rights Reserved.

1. O que pensas da ideia de Chiripa de usar um mapa mais pequeno? Porquê? Consideras a situação engraçada?
2. Como é que Chiripa terá descoberto, olhando para o mapa, que faltavam 800 milhas até chegar ao destino?
3. Se Chiripa tivesse conseguido um mapa retangular mais pequeno, da mesma região, que tivesse a quarta parte da área do mapa original, que relação existiria entre a distância, entre dois locais, nos dois mapas? Qual seria a relação entre as escalas dos dois mapas?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática baseia-se numa tira humorística de *Hagar, o terrível*, do cartoonista norte-americano Dik Browne. Nessa tira, Chiripa e o seu amigo Hagar observam um mapa e dialogam sobre a distância que falta percorrer numa suposta viagem. Depois de se aperceberem que a distância ainda é muito significativa (800 milhas, cerca de 1287 km), Chiripa sugere, ingenuamente, que deviam ter arranjado um mapa mais pequeno.

A tarefa

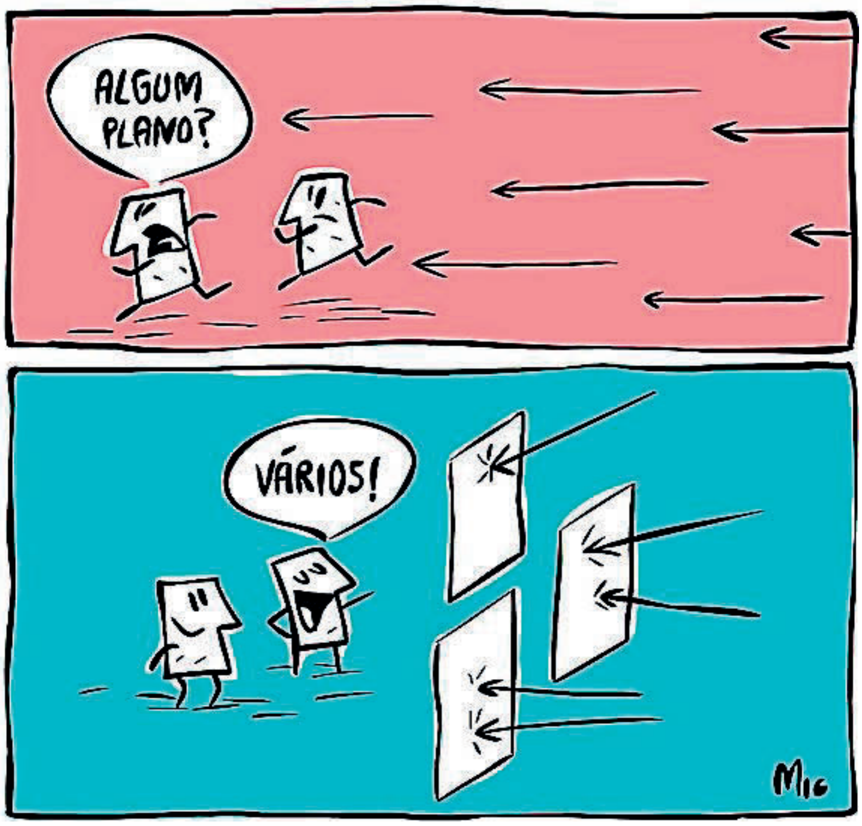
A tarefa apresentada permite explorar o conceito de escala e, de um modo mais abrangente, o de proporcionalidade direta. A proposta sugere que a relação entre distâncias seja analisada a dois níveis distintos: por um lado, a relação entre uma distância real e a distância representada num mapa, de acordo com uma dada escala e, por outro lado, a relação entre duas distâncias para dois locais em dois mapas com escalas distintas e as reais correspondentes.

A primeira questão centra-se na avaliação do raciocínio de Chiripa quando obtém uma distância no mapa e sugere que a forma de reduzir essa distância seria "arranjar" um mapa mais pequeno. A reação dos alunos à situação permitirá ao professor avaliar se os alunos compreendem a lógica ingénua e hilariante de Chiripa ao considerar que usando um mapa "mais pequeno" de um mesmo local as distâncias reais se tornam menores.

A questão 2 permite a discussão sobre procedimentos para conhecer distâncias reais através da análise de mapas. Esses procedimentos podem ser de dois tipos: as distâncias podem ser determinadas através de uma análise de natureza visual, requerendo uma comparação com uma unidade do mapa (por exemplo, uma comparação com uma distância já percorrida), ou através de uma medição. A medição da distância no mapa é feita com recurso a um instrumento de medida, seguida do cálculo da distância real, usando a escala do mapa.

Na primeira vinheta, Chiripa determina a distância que falta ainda percorrer e uma intuição ingénua fá-lo acreditar que se o mapa for mais pequeno, a distância em falta será menor. Esta forma de raciocínio parece basear-se na conceção errada de que as distâncias de um mapa podem ser transpostas de forma direta para a realidade, sem ter em consideração a escala do mapa. Essas considerações ajudam a resolver a terceira questão da tarefa que apresenta uma situação fictícia em que se pondera um novo mapa com um quarto da área do original (relação de uma natureza distinta da que surge habitualmente nos mapas, construída à custa da medida de comprimentos). Partindo da relação entre as áreas de duas regiões nos mapas, preferencialmente definidas a partir de retângulos, define-se a relação entre comprimentos de segmentos nesses mapas através da propriedade que garante que se a razão entre as medidas das áreas é de $\frac{1}{4}$, a razão entre os comprimentos é de $\frac{1}{2}$.

Plano ou planos?!



1. Descreve a situação apresentada na imagem. Consideras a situação engraçada?
2. Explica o sentido da palavra "plano" sugerida pelas duas imagens.
3. Que relação podem ter os planos entre si?
4. Será possível existir alguma flecha que passe para os dois amigos, aparecendo os vários planos? Porquê? Quantos planos seriam necessários para evitar o ataque?

Indicações para exploração

Descrição da situação

Esta tarefa matemática toma como base uma tira humorística de Marlon Tenório, *designer* gráfico brasileiro[6]. Na situação apresentada, estão duas personagens em situação crítica, pois tentam defender-se de um suposto ataque com flechas na mesma direção, e uma delas pergunta se existe algum plano para fugir ou para se preparar a respetiva defesa. Na segunda vinheta, surgem diversos planos geométricos e, por essa razão, os dois amigos ficam protegidos das flechas e, portanto, do ataque. Cada uma das vinhetas surge com uma cor quente ou fria conforme a tensão do momento: na primeira uma cor quente, quando os dois amigos estão a ser atacados e, na segunda, uma cor fria, depois dos amigos encontrarem uma forma de defesa.

A tarefa

A tarefa apresentada permite trabalhar o conceito de plano (representação e propriedades) e de vetor (como segmento de reta orientado). Tendo como base esta tira, os alunos podem identificar várias formas de definir um plano e justificar as suas ideias. Para além disso, é interessante discutir a importância da representação de um plano e as diferentes formas de representação de planos, nomeadamente em perspetiva, como na tira. Por exemplo, é importante que os alunos compreendam que apesar de um plano não ser uma sub-região fechada do espaço, ele é representado, habitualmente, como uma figura fechada. Pode ser igualmente interessante analisar as trajetórias das flechas nas duas vinhetas. Enquanto na primeira vinheta as trajetórias das flechas são retilíneas paralelas (na realidade é mais natural descreverem uma trajetória parabólica), na segunda as trajetórias já não são paralelas, talvez para reforçar a ideia do impacto nos planos de defesa.

À semelhança de outras tarefas, o humor desta tira centra-se na polissemia da palavra "plano": por um lado, pode significar *estratégia* e, por outro, *elemento geométrico*. É interessante, também, que o *plano* que as duas personagens (em forma de "1") encontram para se defenderem do ataque passa por terem... *planos*.

A primeira questão centra-se na ação, além de despertar os alunos para a exploração do significado dos elementos geométricos que aparecem na tira.

[6] http://www.marlontenorio.com/

No segundo pedido, os alunos devem identificar os dois significados da palavra "plano", de modo a entender o humor presente na tira.

O objetivo da terceira questão é levar os alunos a discutir quais as posições relativas que podem ter dois planos e se os três planos da tira podem, ou não, representar o mesmo plano.

Em relação ao último pedido, os alunos devem concluir que bastará um plano que não seja paralelo às flechas, no momento do ataque, para se garantir a defesa.

Referências

Adão, T., & Oliveira, A. M. (2011). Humour and Leadership at School. *Proceedings of The 22nd International Society for Humor Studies Conference 2010*. City University of Hong Kong.

Adão, T. (2008). *O lado sério do humor – uma perspectiva sociolinguística do discurso humorístico*. Famalicão: Editorial Novembro.

Banas, J. A., Dunbar, N., Rodriguez, D., & Liu, S. J. (2011). A review of humor in educational settings: Four decades of research. *Communication Education*, *60* (1), 115-144.

Bergson, H. (2011). *Le rire – Essai sur la signification du comique*. Paris: Puf.

Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2014). Práticas de ensino exploratório da Matemática: Ações e intenções de uma professora. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 217-233). Instituto de Educação: Lisboa.

Celso, B., Ebener, D., & Burkhead, E. (2003), Humor coping, health satus, and life satisfaction among older adults residing in assisted living facilities. *Aging & Mental Health*, *7*(6), 438-445.

Coulson, S., & Kutas, M. (2001). Getting it: Human event-related brain response to jokes in good and poor comprehenders. *Neuroscience Letters*, 316, 71-74.

Flores, P. (2003). *Humor grafico en el aula de Matemáticas*. Granada: Arial.

Gockel, C. (2017). Humor in Negotiations: How to Persuade others with Humor. In T. Scheel & C. Gockel (Eds.), *Humor at Work in Teams, Leadership, Negotiations, Learning and Health* (pp. 65-77). Cham: Springer.

Guitart, M. (2012). *Permitido reír... Estamos en clase. El humor como recurso didáctico en aula de Estadística* (Tese de doutoramento), Universidade Nacional de Cuyo, Mendonza, Argentina.

Martin, R. (2007). *The Psychology of Humor – An Integrative Approach.* London: Elsevier Academic Press.

Martins, A. I. (2015). A seriedade do Humor ao longo dos séculos: uma retórica do poder político ou de um contra-poder?. *Revista Iberoamericana de Estudios de Desarrollo*, *4*(1), 323-346.

Menezes, L., Rodrigues, C., Gomes, H., & Tavares, F. (2009). *Números racionais não negativos - tarefas para o 5.º ano*. Lisboa: DGIDC.

Menezes, L., Viseu, F., Ribeiro, A. & Flores, P. (2017). O humor nas práticas letivas dos professores que ensinam Matemática. In L. Menezes, A. Ribeiro, H. Gomes, A. P. Martins, F. Tavares, & H. Pinto (Eds.), *Atas do XXVIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 51-67). Viseu: APM.

Meyer, J. C. (2015). *Understanding Humor Through Communication: Why be Funny, Anyway*?. Lanham: Lexington Books.

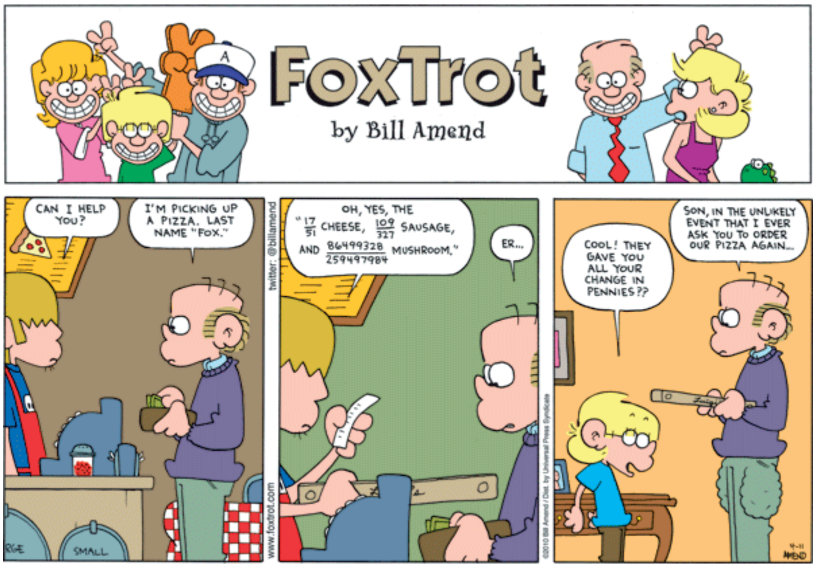
Ruch, W., & Hehl, F. (1983). Intolerance of ambiguity as a factor in the appreciation of humor. *Personality and Individual Differences*, 4, 443-449.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.

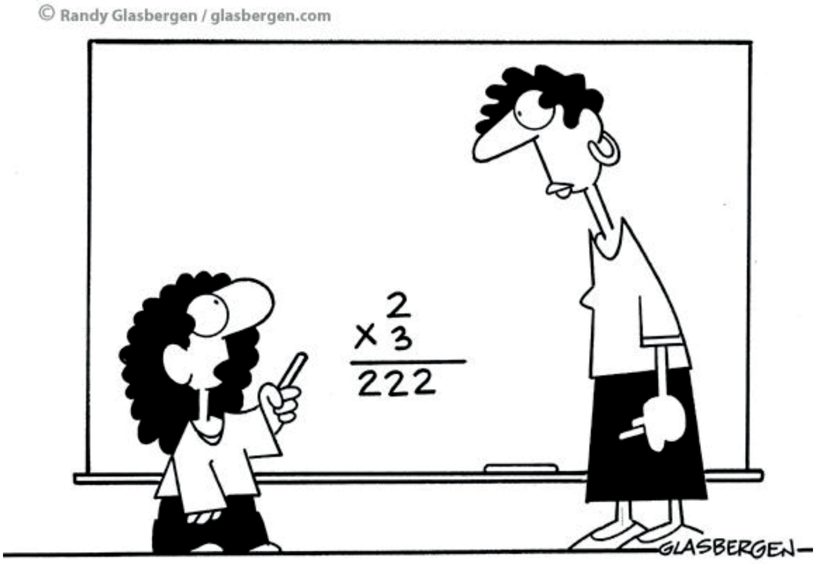
Thorson, J., & Powell, F. (1993). Development and validation of a multidimensional sense of humor scale. *Journal of Clinical Psychology*, 49 (1), 13-23.

Anexos

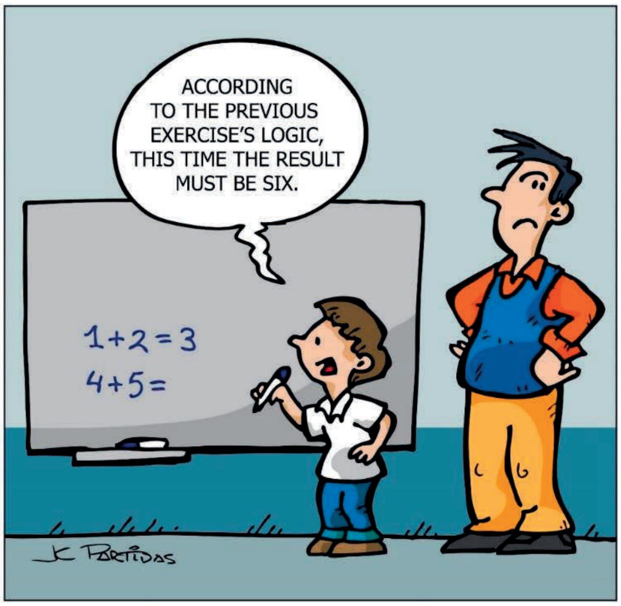
Apresentamos, em seguida, e pela ordem por que surgem no texto, os *cartoons* e as ilustrações utilizados nas tarefas matemáticas tal como foram consultados. Agradecemos a cada um dos seus autores a oportunidade de, a partir do seu trabalho, criarmos tarefas matemáticas de cunho humorístico para a sala de aula.


FoxTrot
by Bill Amend
CAN I HELP YOU?
I'M PICKING UP A PIZZA. LAST NAME "FOX."
twitter: @billamend
www.foxtrot.com
OH, YES, THE "17/51 CHEESE, 109/327 SAUSAGE, AND 86499328/259497984 MUSHROOM."
ER...
COOL! THEY GAVE YOU ALL YOUR CHANGE IN PENNIES??
SON, IN THE UNLIKELY EVENT THAT I EVER ASK YOU TO ORDER OUR PIZZA AGAIN...

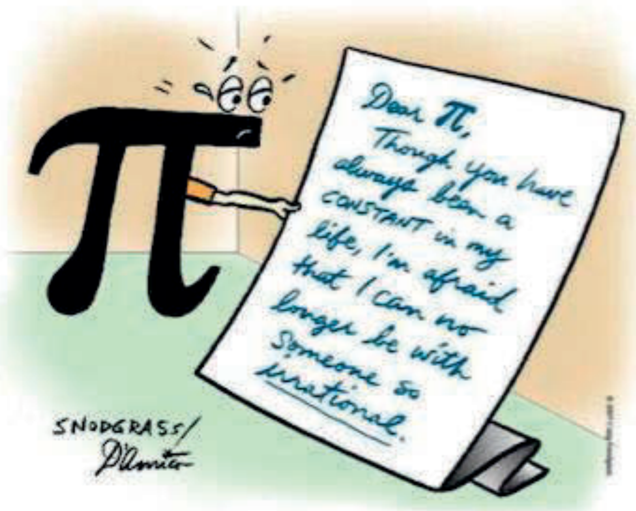

IN - FRAÇÃO
POR WILLIAN RAPHAEL SILVA E CAROL BÖCK
Não sei porque aprendemos as frações! Nós nunca as usamos! Não achas?
ESCO
Também acho!
Não tens fome?
Opa! Pede uma pizza!
Boa tarde! Quero uma pizza com: 3/8 de mozarela 3/8 de fiambre 2/8 de atum!
Podemos partir a meio?



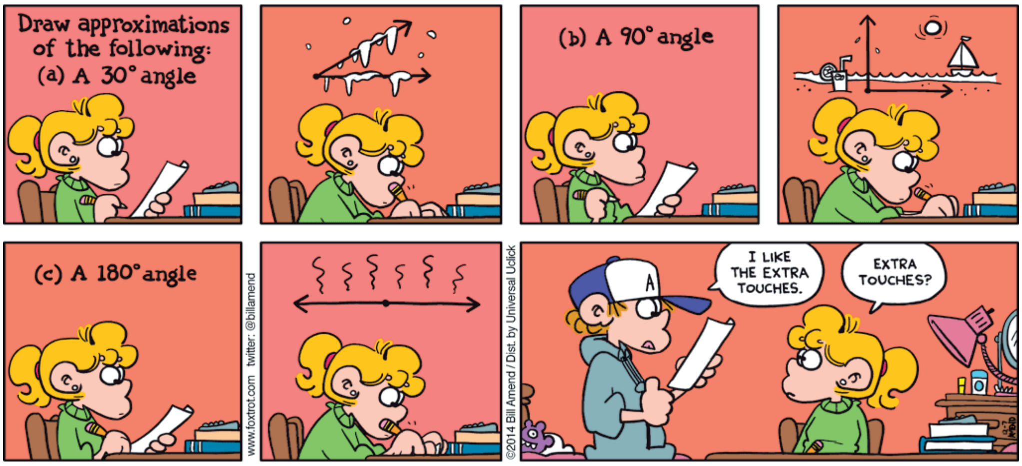
"What do you mean, it's the wrong kind of right?"

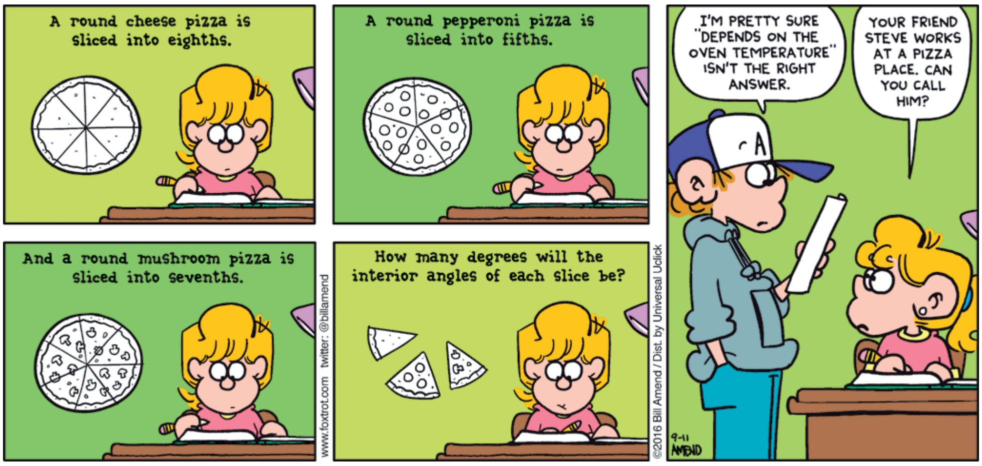


Tengo que ir. Mi madre usa sólo mi nombre completo cuando tengo un problema de verdad...

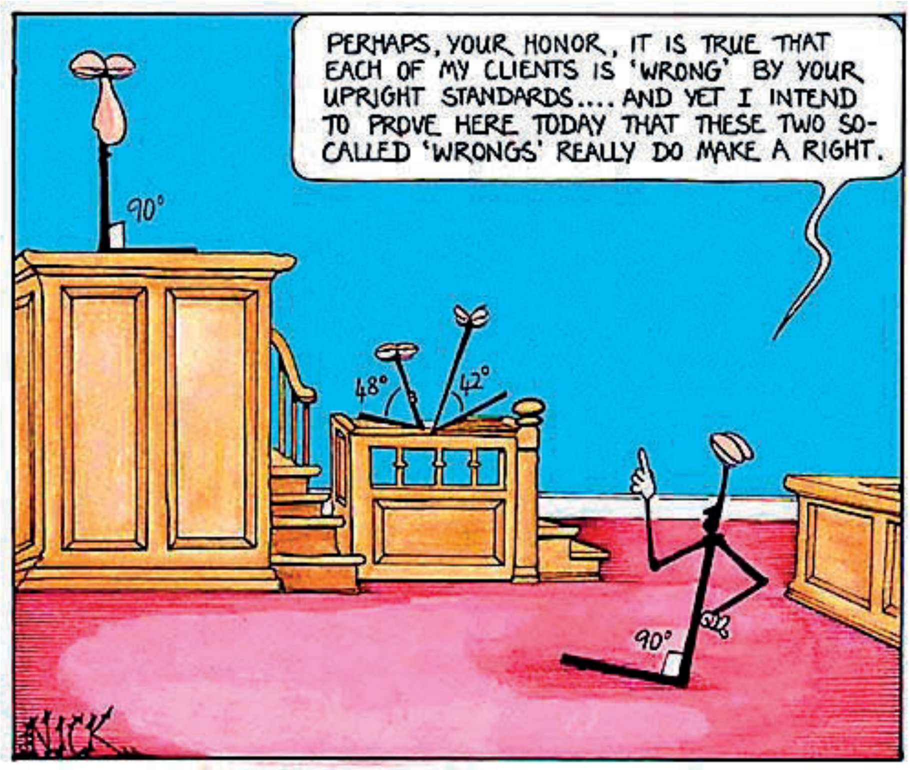



FILHO, JÁ PEDI PRA NÃO FICAR ME CHAMANDO!
QUER FALAR COMIGO? VAI ATÉ ONDE EU ESTOU!
A DISTÂNCIA É EXATAMENTE A MESMA PRA NÓS DOIS!
MAS A MINHA PERNA É BEM MAIS CURTA...
beckilustras@gmail.com


Draw approximations of the following:
(a) A 30° angle
(b) A 90° angle
(c) A 180° angle
www.foxtrot.com twitter: @billamend
©2014 Bill Amend / Dist. by Universal Uclick
I LIKE THE EXTRA TOUCHES.
EXTRA TOUCHES?

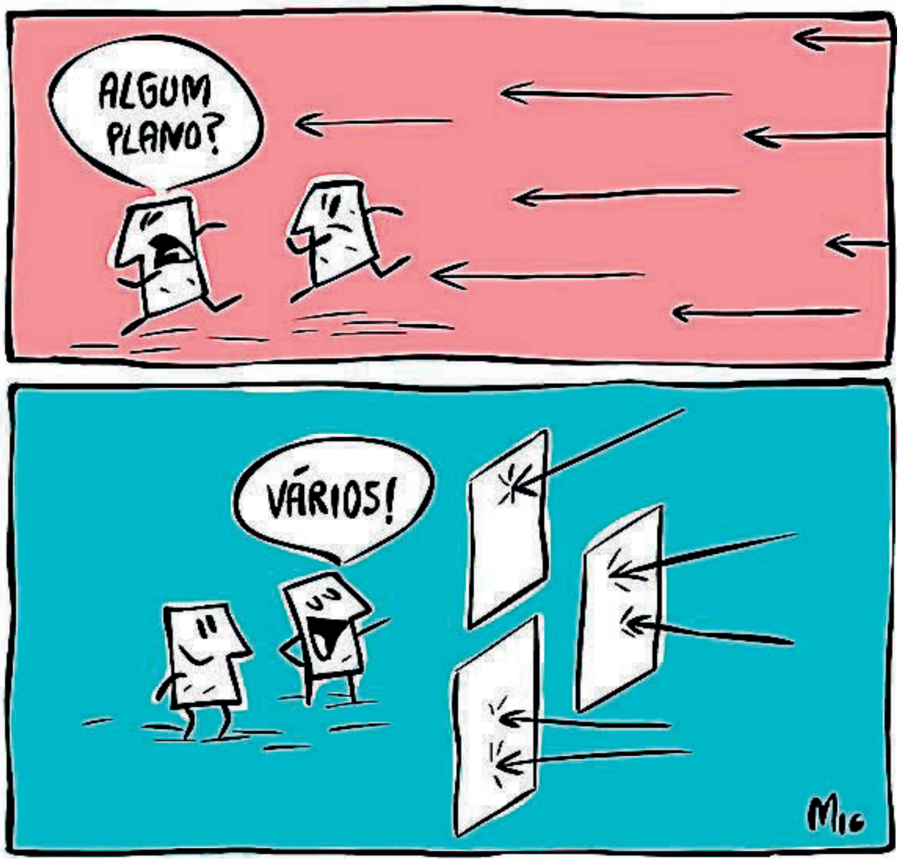

A round cheese pizza is sliced into eighths.
A round pepperoni pizza is sliced into fifths.
And a round mushroom pizza is sliced into sevenths.
How many degrees will the interior angles of each slice be?
I'M PRETTY SURE "DEPENDS ON THE OVEN TEMPERATURE" ISN'T THE RIGHT ANSWER.
YOUR FRIEND STEVE WORKS AT A PIZZA PLACE. CAN YOU CALL HIM?
www.foxtrot.com twitter: @billamend
©2016 Bill Amend / Dist. by Universal Uclick
9-11
AMEND


Papá en en mi cuarto hace mucho frío
Ponte en la esquina
¿Por?
Porque tiene 90 grados



Hagar the Horrible *by Dik Browne*

Hagar the Horrible, by Dik Browne, 11/4/98. © King Features Syndicate. Used with permission. All Rights Reserved.


ALGUM PLANO?
VÁRIOS!
Mic

escola superior de educação • instituto politécnico de viseu