

# Pedagogia

Educação e Linguagem Matemática

Cristiano Alberto Muniz



## **Estado do Acre**

### **Governador**

Jorge Viana

### **Vice-Governador**

Arnóbio Marques

### **Secretaria de Estado de Educação do Acre**

Maria Corrêa da Silva

### **Coordenadora de Ensino Superior da SEEA**

Maria José Francisco Parreira

## **Fundação Universidade de Brasília — FUB/UnB**

### **Reitor**

Timothy Martin Mulholland

### **Vice-Reitor**

Edgar Nobuo Mamiya

### **Decano de Ensino e Graduação**

Murilo Silva de Camargo

### **Decano de Pesquisa e Pós-graduação**

Márcio Martins Pimentel

## **Faculdade de Educação — FE/UnB**

### **Diretora**

Inês Maria M. Zanforlin Pires de Almeida

### **Vice-Diretora**

Laura Maria Coutinho

### **Coordenadora Pedagógica**

Sílvia Lúcia Soares

### **Coordenador de Informática**

Tadeu Queiroz Maia

## **Centro de Educação a Distância — CEAD/UnB**

### **Diretor**

Professor PhD. Bernardo Kipnis

### **Coordenadora Executiva**

Jandira Wagner Costa

### **Coordenadora Pedagógica**

Maria de Fatima Guerra de Sousa

### **Gestão Pedagógica**

Maria Célia Cardoso Lima

### **Gestão de Produção**

Bruno Silveira Duarte

### **Design Gráfico**

João Baptista de Miranda

### **Equipe de Revisão**

Bruno Rocha

Daniele Santos

Fabiano Vale

Leonardo Menezes

Roberta Gomes

### **Apoio Logístico**

Fernanda Freire Pinheiro

# Sumário

## Conhecendo o autor \_\_\_\_\_ 4

### Seção 1

Aprender e ensinar matemática: seus significados _____	7
Ensinar matemática: seus significados _____	8
Conhecimento matemático e sua aprendizagem _____	12
Evoluindo do conceito de ensino da matemática para o conceito de educação matemática: novos paradigmas para novas posturas e formas de mediação do conhecimento matemático _____	24
Atividades _____	29

### Seção 2

O professor como mediador do conhecimento matemático _____	32
Objetos culturais e educacionais para a realização da mediação _____	39
Atividades _____	64

### Seção 3

Avaliação em educação matemática _____	67
Os eixos norteadores da educação matemática segundo a comunidade científica e de educadores: os <i>Standards</i> ; os PCNs e os novos currículos _____	68
Avaliação em educação matemática _____	70
Avaliação em educação matemática: vendo a aprendizagem passada ou futura? _____	74
Atividades _____	81

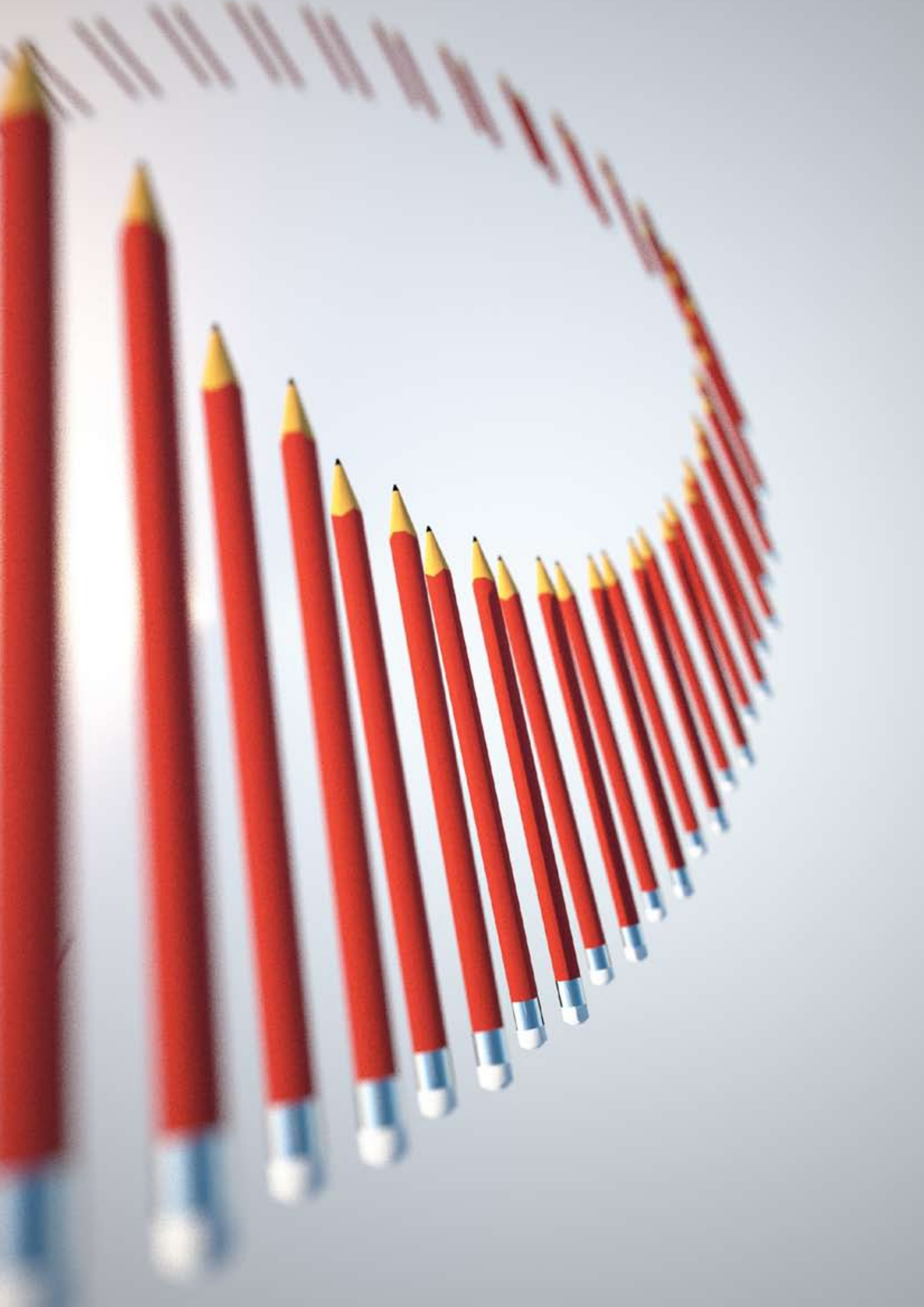
## Referências \_\_\_\_\_ 82

# Conhecendo o autor

## Cristiano Alberto Muniz

Paulista, nascido em Valinhos, mas criado em Brasília. Bacharel e Licenciado em Matemática pela Universidade de Brasília – UnB. Foi professor de Matemática de escolas particulares e públicas do DF. Foi, também, coordenador de matemática do Colégio Militar de Brasília e coordenador central de Matemática do Governo do Distrito Federal. Fez mestrado em Educação na UnB e doutorado em Ciências da Educação na Université Paris 13. É professor da Faculdade de Educação da UnB desde 1987. Realizou pesquisa em Educação Matemática, voltada à compreensão do fazer matemático na escola. Atualmente, é consultor do MEC no INEP-SAEB e no FUNDESCOLA e realiza consultorias em quatro grandes escolas de Brasília e em duas de Goiânia. Faz parte do Programa de pós-graduação em Educação da UnB e da Direção da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, na qualidade de sócio fundador.





# 1

## **Aprender e ensinar matemática: seus significados.**

---

Objetivos: conceituar o ensino da matemática enquanto transposição didática; conceber as diferentes dimensões da educação matemática e suas múltiplas formas de representação; conhecer os novos paradigmas para o ensino da matemática na perspectiva da educação matemática.

## Ensinar matemática: seus significados

Ser professor de matemática, o que não é muito diferente de ser professor em outras áreas, constitui um desafio nem sempre evidente, tendo em vista a existência de uma representação social da matemática como disciplina difícil, elitizante (destinada a um grupo de pessoas intelectualmente privilegiadas), ferramenta de seleção e exclusão social e cultural. Assim, ser professor desta área deve implicar a mudança dessas representações como, por exemplo, a disponibilidade e a vontade de participar de um movimento internacional de reconstrução da imagem do que é a matemática, de como se aprende matemática, de onde e quando se desenvolve a atividade matemática, como o conhecimento matemático participa da constituição do ser humano, assim como a consciência do papel do professor na capacitação e no desenvolvimento da cidadania para a participação efetiva do indivíduo em sua cultura e em sua história.

### O que é ser professor de matemática

A formação do professor de matemática deve garantir a aquisição de algumas competências consideradas essenciais para a atuação junto a crianças, jovens e adultos, que favorecem a aprendizagem da matemática. É necessário observar que essas competências não são construídas em um curto período de tempo e tampouco se limitam ao período de formação inicial do professor. A aquisição de tais competências pode se iniciar já no nosso período de vida escolar, quando alunos. Na condição de alunos do ensino fundamental e médio, adquirimos conhecimentos matemáticos importantes, e mais, desenvolvemos conceitos sobre como aprendemos a matemática, qual o seu significado para nossa vida, quais os espaços culturais e, ainda, sobre quais formas ela se apresenta e quais são nossas limitações e potencialidades em lidar com esta matéria.

Assim, ser professor requer, minimamente, dominar os conteúdos matemáticos que serão objetos de ensino. Este assunto será objeto de estudo dos três próximos fascículos. Além disso, é necessário ter uma base sobre como se aprende matemática, como o professor pode colocar-se como um mediador no processo de aquisição desse conhecimento, que conteúdos são necessários para a formação do cidadão. Dessa forma, uma visão prospectiva das necessidades futuras dos alunos para uma efetiva participação nas transformações da nossa sociedade e cultura são requisitos para a formação deste professor de que trataremos neste fascículo.

Se nosso objetivo, como profissionais e seres humanos, é fazer da matemática mais um espaço de alegria, de realização, de descoberta do potencial de aprendizagem e transformá-la em um meio que nos proporcione ver o mundo como uma obra em permanente construção, então limitar nossa discussão ao conhecimento adquirido estritamente na escola básica, assumindo posturas se-



melhantes às de nossos antigos professores, reproduzindo as fórmulas e receitas constantes dos velhos livros, perpetuando a idéia da matemática como disciplina difícil e que só sofrendo podemos aprendê-la, por certo não é a opção mais adequada para nos constituirmos professores.

Ser professor de matemática não significa, de forma alguma, ser matemático, tampouco significa não ter dúvidas acerca de seus conceitos, teoremas e formas de representação. Saber matemática implica possuir as noções fundamentais da constituição do número, seja ele natural ou racional (no caso de nosso curso), das operações, nos seus diversos conceitos, propriedades e a multiplicidade de algoritmos de cada operação, as medidas, construção e interpretação de gráficos e tabelas, noções de probabilidade e as ferramentas e objetos da geometria. Maior competência terá o professor se ele dominar conhecimentos fundamentais de campos numéricos mais amplos, de outras operações, de noções da álgebra elementar (equações, por exemplo). Mas, antes de dominar esses conteúdos, o bom professor de matemática deve estar disponível a APRENDER SEMPRE, a partir das situações impostas pelos desafios da vida do magistério e da vida cotidiana dentro da nossa cultura.

Bons professores são eternos exploradores, questionadores, problematizadores das situações mais corriqueiras do dia-a-dia, pois nessas condições nos tornamos “alunos-permanentes,” querendo sempre aprender mais. Devemos, pois, buscar nas situações caseiras, do comércio, dos esportes, das artes e do mundo lúdico, a compreensão matemática das relações que constituem essas situações, por exemplo: como mudar uma receita, respeitando suas proporções; como se organiza um extrato bancário; como se organiza uma tabela de um campeonato de futebol; quais as reais chances de se ganhar um concurso; como perceber a presença de proporcionalidades e de eixos de simetria na produção de grandes e famosos artistas plásticos e quais as ferramentas utilizadas pelos artesãos; como é o trabalho com a cerâmica, qual a matemática presente nos jogos e brincadeiras de nossas crianças e na nossa infância, etc. É necessário compreender que a matemática não é um conhecimento preso ao contexto escolar, mas, ao contrário, constitui-se em elemento da cultura passada, presente e futura, e o seu ensino e a atuação do professor devem ter essa cultura como primeira e mais importante referência.

Conhecer o método de aprendizado da matemática é uma condição essencial na constituição do professor. É esse conhecimento que modela sua forma de atuação junto aos seus alunos, embora seja sempre relativo, pois nunca nos foi dada a oportunidade de conhecer integralmente como se organiza o pensamento do ser que aprende. As contribuições dadas pelas pesquisas científicas sobre o pensamento são sempre aproximativas e interpretativas. Assim, contamos com contribuições de teóricos tanto da neurociência como da psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem (Psicologia Cognitiva), onde dispomos de larga produção, sobretudo as contribuições do suíço Piaget e do russo Vygotsky.

Dessa forma, nossa atuação como professores traduz nossa crença de como a criança, jovem ou adulto produz o conhecimento; em especial, como ele aprende a matemática, quais são seus potenciais, onde estão e como superar suas dificuldades. Discutiremos aqui como avaliar o desenvolvimento do aluno na sua construção e como saber qual a melhor forma de contribuir com a constituição do ser matemático.

Ler e estudar esses teóricos nos ajuda a melhor compreender o processo de aprendizagem da matemática, no entanto o estudo teórico não é suficiente para tal compreensão. É importante que a nossa prática pedagógica, no dia-a-dia da sala de aula, se constitua em espaço de aprendizado sobre como se aprende matemática. Desenvolver a sensibilidade para observar como o aluno produz esse conhecimento, levantar hipóteses, testá-las, rever posições e valores, estar sempre questionando nossa atuação como facilitadores é uma forma concreta de teorizar sobre a aprendizagem matemática. Vamos discutir um pouco sobre isso na seção 2, quando falaremos mais do papel do professor de matemática como mediador do conhecimento matemático.

E, finalmente, ser professor é saber dar um destino psicológico e social ao ato da aprendizagem. Aprender matemática deve ser um fator de contribuição na formação da identidade do sujeito. Essa aprendizagem deve, necessariamente, contribuir com a construção da crença do sujeito em poder superar-se a cada momento, para que a cada desafio encontre uma oportunidade de crescimento pessoal. A matemática deve ser um instrumento privilegiado para a construção da auto-estima e autoconfiança de cada um em aceitar e enfrentar verdadeiros desafios que não devem se limitar a situações e exercícios escolares estritamente didáticos. Os desafios propostos aos alunos devem ter uma conexão forte e sólida com o contexto sociocultural, de forma que a sua superação instrumentalize o sujeito para o confronto e a resolução de situações da vida real. Assim, devemos compreender desde o início que a apresentação de situações-problema pelo professor é sempre uma tradução do conhecimento matemático em termos de proposta didático-pedagógica: o professor traduz o conhecimento matemático, seja ele produto científico ou cultural, estruturando e adaptando-o para possibilitar o sucesso na aprendizagem. A matemática tratada na escola é antes de tudo um produto da escola, visando à aprendizagem e o desenvolvimento e deve guardar ao máximo as suas características como produto científico e cultural.

Deve, portanto, ser função da escola garantir que seja parte do aprendizado da matemática direcionar a transposição de conceitos e teoremas construídos no contexto didático para os contextos reais, fora da escola, sem as características das situações didáticas. Em outras palavras, o aprendizado da matemática não deve ficar encarcerado no contexto escolar. A realidade exterior ao contexto didático tem de ser o referencial primeiro e final da ação pedagógica voltada ao aprendizado significativo da matemática.

## Produção, oferta e controle de resolução de situações-problema

Os teóricos da didática da matemática, sobretudo os pertencentes à escola francesa, partindo do princípio universal de que a única maneira de aprendermos matemática é por meio da resolução de problemas, propõem os conceitos de situações didáticas e a-didáticas<sup>1</sup> (BROUSSEAU, apud PAIS, 1999). Uma situação dita didática é aquela onde as ações cognitivas do aprendiz são guiadas por regras impostas e controladas por um educador, enquanto nas situações ditas a-didáticas as ações cognitivas do aprendiz têm como referência seus próprios valores e seu sistema de controle interno de validação.

O papel da escola deve ser o de instrumentalizar os alunos para resolver situações-problema da vida real, fora da escola. Mas, para tanto, a escola constrói as situações didáticas, onde as variáveis e suas conexões são menos complexas, permitindo garantir o sucesso da aprendizagem. No entanto, o fim da ação pedagógica não pode se restringir às situações didáticas, pois essas devem se constituir em situações-meio para o desenvolvimento de habilidades e competências na resolução das situações culturalmente situadas, ou seja, o fim último do ensino da matemática deve ser as situações a-didáticas, que por vezes estão distantes da escola e do conhecimento do próprio professor, pois são quase sempre situações ligadas aos meios de produção cultural desconhecidos daquele que pretende ensinar matemática. Nesse sentido, temos uma primeira perspectiva do professor como professor-pesquisador, aquele que busca compreender como se apresenta o conhecimento matemático em contextos reais, na cultura do sujeito, em situações ditas a-didáticas, para então recriar tais situações no contexto didático, mas sem perder de vista o fato de que o objetivo maior é o preparo do sujeito para resolver as situações que se encontram fora dos muros da escola e do período escolar.

Quando o professor recria o conhecimento matemático, adequando-o ao aluno, incorpora na proposta sua própria visão do que venha a ser matemática, seu significado sociocultural, como se aprende e como se ensina essa matéria. Se a representação que o professor possui da matemática é negativa, o conhecimento no contexto escolar operado por ele vai transportar uma visão de matemática difícil, inacessível, castradora, opressora, etc. É fundamental que uma representação positiva da matemática seja trabalhada nos cursos de formação inicial e continuada do professor, para que na sua prática de transposição didática<sup>2</sup> da matemática (BROUSSEAU, apud PAIS, 1999) o conhecimento esteja conectado ao prazer, à realização, à autoconfiança e à formação da cidadania.

Para melhor compreender esse aspecto, que se constitui num dos desafios desse curso, procuraremos de forma sintética e simples resgatar o conceito de matemática, para então tecermos uma discussão sobre o significado do aprender matemática e do seu ensino.

1 Conceito central da Teoria das Situações Didáticas de G. Brousseau – Université de Bordeaux: engenharia didática compreende um sistema complexo de concepção, planejamento, intervenção e avaliação no ato educativo.

2 Transposição didática é um conceito utilizado na didática, a partir das idéias de Chevallard, de que o professor não trabalha com seus alunos da escola básica a matemática tal como ela é concebida na academia científica. O produto de trabalho do professor é uma representação, uma aproximação, uma imagem do que é efetivamente a matemática. A atividade matemática realizada em aula é matemática, mas nunca em sua completude e total complexidade, tratando-se quase sempre de aproximações gradativas, respeitando o potencial e necessidades de desenvolvimento dos alunos. A transposição didática é uma produção rica no que se refere às representações que ela porta quanto àquilo que o professor concebe do que seja matemática, sua aprendizagem, seu valor social, cultural e educacional e, sobretudo, as representações sobre o potencial do aluno na aprendizagem de uma certa matemática e sua importância para a formação do cidadão. Um aprofundamento no tema é recomendado a partir da leitura do artigo de Luiz Carlos Pais, publicado no livro *Educação Matemática* pela EDUC–PUC–SP. Nele, Pais revisita Chevallard e reflete sobre as contribuições de Brousseau.

# Conhecimento matemático e sua aprendizagem

Antes de discutirmos sobre a aprendizagem da matemática, faz-se necessário que situemos nossa conversa em torno do significado de conhecimento matemático: qual o papel da matemática na nossa prática educacional? Pode parecer estranha tal questão, mas na verdade buscaremos aqui uma ressignificação da matemática. Somente por meio de uma mudança do conceito de matemática é que poderemos pensar em formas diferentes de conceber sua aprendizagem.

Ao longo de nossa vida escolar foi-nos inculcida a idéia de que a matemática é uma ciência difícil, fundada na lógica formal, estruturada a partir de uma linguagem científica, com procedimentos universais e exatos. Tal idéia trata-se de uma “meia verdade”, pois existem diferentes formas de conceber a matemática, e a forma pela qual a concebemos determina fortemente nossa postura como seres humanos, como estudantes e como educadores. Por isso, é importante retomarmos os conceitos dessa área de conhecimento, componente do currículo de todas as escolas do mundo, ampliando nossa visão e permitindo conceber modos diferentes de trabalhá-la, ou seja, tratá-la diferentemente da proposta concebida pelos nossos avós e professores.

## O que é matemática: seus diferentes conceitos

A matemática ocupa um lugar importante no seio das outras ciências. Por vezes chamada de “ciência-mãe”, ela envolve problemas de ordem filosófica que estão ligados à sua própria existência. Isso surge no momento onde se colocam a em questão os “seres matemáticos”, tais como o número, as figuras e entes geométricos, as propriedades das operações, e questões do tipo: são eles reais? Estão inseridos na natureza própria das coisas? Têm eles vida própria? Derivam eles da intuição ou da lógica formal?

Essas questões têm produzido numerosas discussões junto aos racionalistas que pensam que a matemática se constrói a partir da lógica e junto aos críticos que afirmam que a matemática tem necessidade da intuição na sua fundação.

Tais discussões têm contribuído para estruturar o campo do conhecimento matemático, pois aparecem muitas e diferentes possibilidades para conceber a construção do conhecimento matemático, e até concebendo a idéia da criança e do jovem como “ser matemático”. Diante das formas de conceber a produção do conhecimento matemático, duas posturas se impõem ao professor: ou a matemática é uma consequência da natureza das coisas (a partir da realidade concreta), ou seja, ela resulta da lógica; ou ela nasce na intuição, isto é, tem sua própria existência independente do ser humano. Tais posturas demonstram uma dicotomia entre a lógica e a intuição.

Poincaré (1911) defende que os fundamentos da matemática são uma série de proposições que vêm da intuição. A evolução da disciplina matemática se constituiu por uma separação entre a intuição e a razão matemática no pensamento. Nessa idéia, a matemática tem por origem duas formas de intuição pura: a geometria, baseada na intuição espacial, e a aritmética, baseada na idéia de número e originária da intuição temporal. Tal divisão entre a intuição geométrica e a lógica aritmética/algébrica tem forte influência sobre o currículo escolar e sobre a formação e a prática do professor. Por isso não podemos nos eximir de refletir sobre elas neste momento, mesmo em se tratando de uma reflexão sobre a Filosofia da matemática.

Para contribuir na discussão sobre os conceitos da matemática, devemos conduzir nossa análise na direção da Psicologia e da Antropologia, ou seja, na perspectiva da construção do conhecimento pela criança (como ser social). Piaget (1972) é categórico quando afirma em várias oportunidades que a natureza do trabalho realizado pela criança para construir seu conhecimento matemático é, de certa forma, da mesma natureza que a dos matemáticos.

Segundo Piaget (1972) e Poincaré (1911), os conceitos matemáticos são construções do pensamento humano e, em consequência, as regras de ação são construídas a partir das relações entre os seres humanos que produzem matemática e, entre eles, as crianças. As crianças produzem, sim, uma determinada matemática, onde os conceitos e os teoremas em ação (VERGNAUD<sup>3</sup>, apud PAIS, 1999) são traços do contexto social e cultural nos quais o conhecimento é veiculado e, sobretudo, da educação matemática presente na escola.

Podemos assim admitir que a construção do conhecimento matemático repousa sobre dois pilares: a intuição e a lógica. Por meio da intuição, o pensamento cria os instrumentos para resolver situações-problema, ferramentas que se encontram muito próximas da percepção num processo imediato. A lógica, ao contrário, possui a função de comunicação dos processos operatórios. Assim, as ferramentas são compartilhadas por um grupo e socialmente validadas. Em consequência, a lógica é mediatizada pelos valores presentes no grupo social. Os conceitos, os algoritmos e as demonstrações matemáticas são veiculados pela lógica. A pluralidade de objetos matemáticos existentes na ciência reflete a natureza das relações estabelecidas nos grupos que produzem a matemática e, por sua vez, influenciam fortemente as maneiras e as formas pelos quais se constituem seu ensino.

As relações entre a matemática e a cultura devem nos trazer importantes contribuições na dimensão da epistemologia, quando buscamos um conceito de matemática mais apropriado à noção de produção do conhecimento imerso nos condicionantes socioculturais. É a busca de um conceito de matemática que considere a participação do sujeito e de seu contexto cultural na construção do conhecimento que nos conduz à etnomatemática, uma

<sup>3</sup> Gérard Vergnaud, pesquisador na área da psicologia cognitiva e das didáticas, é um dos nomes mais importantes da pesquisa em educação no cenário internacional e influencia fortemente a educação matemática no Brasil. As produções deste francês estão publicadas ainda de forma pulverizada via artigos científicos, carecendo de uma publicação voltada aos professores do ensino básico. Anna Franchi, pesquisadora da PUC-SP tomou iniciativa nessa tarefa, publicando um excelente trabalho sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud na obra coordenada por Pais (vide referência).

ferramenta eficaz para a construção de uma educação matemática onde a realidade sociocultural é o centro da constituição de um projeto político-pedagógico.

Para D'Ambrósio<sup>4</sup> (1990), a importância da presença da matemática na educação escolar é consequência de um conjunto de cinco valores, que devem ser por nós considerados: o valor utilitário, o valor cultural, o valor formativo, o valor social e o valor estético. Infelizmente, a escola tem valorizado exclusivamente o valor formativo, em detrimento dos demais. Quando o currículo nega os demais valores, cria uma disfunção no processo educativo, fazendo com que a matemática seja vista como uma disciplina estritamente escolar, pois o seu ensino nega que o conhecimento seja parte integrante da vida sociocultural do sujeito.

Ubiratan D'Ambrósio defende a necessidade de uma recuperação de todos os valores da matemática na educação, a fim de mudar o quadro de fracasso no ensino. Uma perspectiva concreta é o desenvolvimento de estudos na área da etnomatemática e o estabelecimento de programas de pesquisa e projetos pedagógicos onde a produção cultural da matemática seja fortemente considerada. Segundo D'Ambrósio (1990), o termo etnomatemática é um conceito em construção, cuja composição etimológica é fundada sobre o seguinte ponto de convergência:

Etno + matema + tica, ou seja,

Tica = arte ou técnica

Matema = explicar, compreender

Etno = contexto cultural

Assim, a etnomatemática é definida como uma matemática antropológica, como um programa de pesquisa partindo da realidade cultural e chegando, através da psicologia cognitiva e com um sólido fundamento cultural, à ação pedagógica.

O desenvolvimento de estudos etnomatemáticos exige uma recuperação das bases epistemológicas da matemática como uma área de conhecimento humano. Mesmo em povos que ainda não desenvolveram a escrita, é interesse do pesquisador em etnomatemática, dentro de cada grupo cultural, estudar as estratégias utilizadas pelos povos para compreender e explicar sua realidade histórica e cultural, por meio de ferramentas tais como os números, as medidas, as formas, etc.

Uma dimensão importante da etnomatemática é o estudo da história da ciência com o objetivo de melhor compreender de que maneira uma forma de pensamento matemático prevaleceu sobre outra, sobretudo na educação, determinando a matemática "eurocentrista" como a única validada para o ensino, privilegiando uma natureza de saber matemático que nega outros conhecimen-

4 Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrósio, pesquisador e educador matemático, professor emérito de Matemática da UNICAMP, pioneiro nos trabalhos e publicações sobre Etnomatemática.

tos culturais. Valoriza-se atualmente a transmissão de um conhecimento que tem sua origem no pensamento “eurocentrista”, conhecimento que deve ser reproduzido tanto como conteúdo quanto como rigor de pensamento.

Por exemplo, no ensino dos algoritmos das operações aritméticas, em que a estrutura da operação não possui relação com os esquemas de pensamento do aluno, este vê-se obrigado a reproduzir as “contas” tais quais se encontram nos livros do século XIX.

Assim, não há espaço no currículo escolar para a criatividade dentro da produção do conhecimento e, em conseqüência, provocamos uma aversão do aluno pela matemática.

Segundo Gerdes (1991), o movimento da etnomatemática é caracterizado principalmente pela análise dos fatores socio-culturais no ensino-aprendizagem e no desenvolvimento da matemática e, conseqüentemente, a etnomatemática é um produto cultural. Esse movimento tem por objetivo descobrir a matemática escondida em cada cultura. A etnomatemática deve marchar conjuntamente com a prática escolar. Antes do termo etnomatemática, temos sociomatemática, matemática espontânea, matemática informal, matemática oprimida, matemática não estandardizada, matemática escondida, congelada ou, ainda, popular ou do povo.

Dessa forma, nota-se a necessidade de que o currículo de matemática se caracterize como uma proposta transdisciplinar, ou seja, fundada numa matemática que representa conhecimento cultural, seja via etnografia, como método da antropologia, seja via didática, como transmissão de conhecimento cultural. Levar a discussão sobre etnomatemática aos professores deverá ser uma das formas possíveis de contribuir com mudanças curriculares no ensino escolar da matemática.

Entretanto, segundo Meira (1993), as pesquisas em etnomatemática são centradas sobre a construção do conhecimento matemático fora do contexto escolar e, de uma certa forma, negando que a escola seja parte integrante da vida cultural do sujeito e do seu grupo cultural. A dificuldade em se desenvolver estudos de etnomatemática no contexto escolar se dá também em função da supremacia do conhecimento ocidental no currículo, que não deixa espaço para a matemática cultural na escola, que não possibilita a exploração de todos os valores da matemática.

Mas Meira (1993) indica a existência de alguns estudos nesse campo como as de Pompeu Jr. (1993) e Walkerdine (1988), que mostram a real possibilidade de uma transposição de proposições de ensino-aprendizagem baseadas na etnomatemática no espaço escolar.

Meira vê que essa transposição das práticas culturais no interior da escola, longe de eliminar o abismo entre matemática e cultura, pode produzir novas dificuldades, pois o programa escolar

deve, por vezes, trabalhar com conhecimentos que não têm nenhuma ligação com o contexto cultural da criança ou jovem como, por exemplo, o conceito de número real. Assim, para este autor, são fundamentais os investimentos em pesquisas e experiências de engenharia didática<sup>5</sup>, buscando superar tais dificuldades.

O programa de etnomatemática, segundo D'Ambrósio (1990), deve considerar a perspectiva de estudar a construção do conhecimento pela criança. Como este autor diz, o indivíduo é um complexo de ações racionais e sensuais, emocionais, passionais e físicas. A criança, continua o autor, também possui essa complexidade, muitas vezes esquecidas pelos educadores. A criança é também mergulhada dentro de uma realidade. Mas qual realidade?

No caso da criança, não há nada mais correto que tomar o mundo do brincar e dos brinquedos como espaço revelador da realidade infantil. É por essa razão que devemos tomar o brincar como elemento fundamental na investigação de etnomatemática na criança.

Na situação do brincar, o sujeito é um ser sociocultural que utiliza estratégias matemáticas pessoais e espontâneas; então, ele pode utilizar e desenvolver sua matemática informal, oral, oprimida, não estandardizada, escondida, ou então, simplesmente, sua matemática popular. Mas quando o brincar está ausente do espaço escolar, o sujeito que faz matemática não é a criança efetivamente, mas sim o aluno, um ser pensante que age de acordo com as expectativas do professor (aquele que possui o conhecimento a ser aprendido). Na escola, acabamos por matar o ser matemático cultural para que possa nascer o aluno, um reprodutor de fórmulas.

Segundo D'Ambrósio (1993), para restabelecer a relação dialógica entre teoria e prática a partir da etnomatemática, devemos considerar a utilização da modelagem<sup>6</sup>, onde o brincar pode ser considerado como uma das possibilidades de resgate do contexto cultural da criança, como espaço de criação e de resolução de problemas que têm sentido e significado para ela.

No brincar podemos encontrar tanto a aplicação do conhecimento escolar, quanto do conhecimento espontâneo, que são os dois tipos de conhecimento considerados como participantes da cultura infantil. A presença de uma trama entre diferentes modos de conhecimento matemático no brincar pode revelar de que forma a criança estabelece as relações complexas entre a reprodução do conhecimento escolar e o uso de sua potencialidade criativa (espontânea) para construir e resolver situações-problema matemáticas. E mais, devemos tomar o brincar como espaço onde as crianças comunicam entre elas suas maneiras de pensar e onde tentam explicar e validar seus processos lógicos dentro do grupo que participa da atividade lúdica.

5 Conceito central da Teoria das Situações Didáticas de G. Brousseau – Université de Bordeaux: engenharia didática compreende um sistema complexo de concepção, planejamento, intervenção e avaliação no ato educativo.

6 Modelagem, segundo D'Ambrósio e segundo Salet, compreende a construção de uma estrutura matemática a partir de uma situação do contexto sociocultural. É a modelagem que permite que o sujeito mobilize seus conceitos.



## Das ferramentas culturais aos objetos do saber

A construção do conhecimento matemático pela criança realiza-se a partir da relação com os elementos de seu contexto cultural. No entanto, tal afirmação não pode nos levar a uma visão errônea acerca dos elementos que constituem esse conhecimento. Se é através das relações entre os objetos que a criança constrói, por exemplo, a noção de número (um objeto fundamental do conhecimento matemático), não podemos conceber a idéia de que o conceito de número esteja fundado no objeto. Os seres matemáticos, que em sua gênese têm a observação externa como fonte, são produtos da mente humana, frutos de uma abstração das relações observadas entre os elementos de seu contexto cultural. Se o indivíduo observa a mesa, a parede, a capa do livro, as molduras dos quadros, para conceber a idéia de retângulo, o retângulo, como objeto matemático, está na mente do sujeito e nunca no tampo da mesa. Este objeto é construído pela mente, possibilitando ao sujeito mudar suas relações com os elementos de sua cultura, transformando-os em proveito de si próprio, do seu grupo e dos seus descendentes. Assim como os números pertencem ao espírito daquele que faz matemática, temos que os objetos e seres pertencem ao contexto do mundo concreto. Dos elementos materiais da nossa cultura, tais como rodas, arcos, moedas, a Lua e o Sol, o homem constrói a idéia abstrata e imaterial de circunferência e de círculo, conceito que lhe permitirá estabelecer novas relações com a roda, com as moedas, com a Lua e com o Sol. Tais elementos da nossa cultura estão muito longe de serem círculos ou circunferências, pois esses objetos matemáticos, produtos de nossa mente, são entes perfeitos, cuja perfeição não é encontrada fora da atividade do pensamento humano. A imagem matemática que produzimos para interpretar a natureza é uma recriação da própria natureza, recriação que serve de base para o homem agir e transformar seu mundo como, por exemplo, buscando encontrar e/ou construir um círculo ou um quadrado perfeito.

Em outras palavras, o homem, olhando para a natureza e agindo sobre ela, concebe objetos mentais, que são a base do conhecimento matemático. Tais objetos lhe permitem conceber ferramentas matemáticas que possibilitam melhor explorar a natureza, em busca de uma melhor qualidade de vida. O que o homem tem em mãos (os algarismos, as máquinas de cálculo, os instrumentos de medida e de construções geométricas, as tabelas e os gráficos) são denominados de ferramentas matemáticas. Os objetos matemáticos, como os números, as figuras geométricas, as medidas, etc. são elementos encontrados somente na mente humana e, parcialmente, retratados na construção e na utilização das ferramentas.

Construir ferramentas e objetos com nossas crianças e jovens é certamente um dos objetivos-pilares do nosso currículo de educação matemática. Mas é necessário que nós, professores, compreendamos que não é possível a construção dos objetos matemáticos sem a vivência com suas ferramentas correlatas (construir a noção de número sem a quantificação de objetos, por exemplo),

assim como não é possível que a escola se limite a lidar com as ferramentas sem evoluir para aquisição dos objetos matemáticos (limitar-se à contagem de objetos sem evoluir para a abstração das relações de quantidade rumo à construção da síntese do número).

Assim, a aprendizagem matemática navega entre a aquisição de objetos e ferramentas matemáticas, não podendo o ato pedagógico constituir-se na opção de um elemento em detrimento de outro. Objeto e ferramenta matemática devem constituir duas faces de uma mesma moeda no processo de construção do conhecimento matemático promovido pela escola.

A construção desses objetos matemáticos é realizada a partir de um processo progressivo de abstração do mundo concreto. O pensamento não opera a partir de elementos do mundo concreto, o homem pensa a partir de representações, de abstrações de seu mundo. Os objetos matemáticos, como um quadrado, por exemplo, são frutos de um processo de representação dos objetos e das relações entre eles. Mas a representação não é suficiente para permitir a constituição de um sistema lógico no pensamento, ou seja, uma base simbólica a partir da qual o pensamento vai operar. É necessário construir mais que a representação, é necessário construir conceitos (VYGOTSKY, 1991) de cada objeto manipulado pelo pensamento. Assim, no nosso exemplo, o sujeito não pensa somente com a representação de um “quadrado”, mas o pensamento constrói um conceito de “quadrado” que servirá de ferramenta para uma grande gama de procedimentos lógicos aplicados na resolução de problemas impostos pelo contexto sociocultural. São os conceitos que devem ser socialmente partilhados, pois não podemos conceber um conceito isolado de seu contexto social e cultural.

Mas as experiências sobre o mundo físico e, em consequência, as estratégias do pensamento não são as mesmas para todos os sujeitos, mesmo que eles estejam inseridos num mesmo contexto sociocultural e numa mesma situação. Cada um de nós possui suas próprias experiências e seus próprios pensamentos. Devemos considerar a existência de diferenças entre os conceitos, os esquemas de pensamento, as representações mentais, que cada sujeito constrói ao curso de suas experiências de vida. Nesse contexto, Piaget utiliza as noções de “invariantes”. Tem-se como hipótese a existência de uma certa identidade nos processos de adaptação do sujeito, identidades que evoluem no processo cognitivo em estágios.

Diz Piaget:

[...] o organismo adapta-se construindo materialmente novas formas para inseri-las nas do universo, ao passo que a inteligência prolonga tal criação construindo, mentalmente, as estruturas suscetíveis de se aplicarem às do meio [...] a adaptação intelectual é, portanto, mais restrita do que a adaptação biológica, mas prolongando-se esta, aquela pode superá-la infinitamente [...] Com efeito, no desenvolvimento mental, existem elementos variáveis e outros invariáveis [...] Portanto, convém evitar, simultaneamente, o pré-formismo da Psicologia intelectualista e a hipótese das heterogenei-

dades mentais. A solução dessa dificuldade reside, precisamente, na distinção entre as estruturas variáveis e as funções invariáveis. Assim como as grandes funções do ser vivo são idênticas em todos os organismos, mas correspondem a órgãos muito diferentes de um grupo para outro, também entre a criança e o adulto se assiste a uma construção contínua de estruturas variadas, se bem que as grandes funções do pensamento permaneçam constantes (1947, p. 15-16).

Para que haja a construção de um conhecimento matemático, faz-se necessário haver no desenvolvimento mental os “elementos invariantes”, de maneira que possamos considerar a existência de um *corpus* de conhecimento comum mínimo a todos os seres humanos. É a partir desse *corpus* comum que podemos considerar a função da comunicação do pensamento matemático. Essa função representa o poder dos objetos e da linguagem matemática para a expressão do pensamento, para a compreensão e a explicação dos fenômenos da natureza, matematicamente traduzíveis dentro de um grupo social.

Podemos conceber uma primeira função da matemática, que é a função de resolução de situações-problema da vida real e concreta. É nessa primeira função em que, por exemplo, os egípcios desenvolveram ferramentas geométricas resolvendo problemas de área sobre as terras nas margens do rio Nilo. Somente com os gregos, séculos mais tarde, encontramos uma segunda função da matemática que é a de construir uma linguagem formal entre os matemáticos (Pitagóricos), pois para eles as ciências possuíam uma característica voltada à demonstração, ao método da prova, da axiomatização, em função da comunicação do pensamento, à persuasão a partir de procedimentos analíticos. Assim, vemos como na história da matemática aparecem primeiro as ferramentas matemáticas ligadas à necessidade de sobrevivência no contexto cultural, para, então, bem mais tarde, surgir a formalização em torno dos objetos, dando início à matemática apoiada nos objetos abstratos.

Se o contexto cultural, fonte de nossas situações-problema para a aprendizagem fornece ferramentas matemáticas, o professor deve se colocar como mediador privilegiado na construção dos objetos matemáticos realizados pela criança. Somente através de uma ação reflexiva sobre tais situações culturais, poderemos ver a construção dos objetos que serão as sementes da constituição do conhecimento em nossas crianças. Entretanto, vemos normalmente a matemática como uma “linguagem” altamente purificada, desligada dos símbolos dos objetos e ligada aos símbolos das relações. Mas foi manipulando objetos culturais que o homem descobriu as leis que regulam suas relações. Não se deve, pois, ensinar matemática sem essa manipulação real ou imaginada do contexto cultural, pelo menos enquanto o aluno não tiver a posse plena dos esquemas operatórios (abstratos).

Portanto, na relação homem-meio, o homem age sobre seu meio, assim como o meio leva o homem à ação efetiva. Nessa relação dialógica, o homem é confrontado com situações-problema para melhor compreender e tentar explicar a natureza. O pensa-

mento humano pode ser considerado como imagem desse eterno processo de desfio, processo que é tecido a partir de três categorias fundamentais: o espaço, o tempo e o número. Essas categorias são diretamente ligadas ao conteúdo matemático do pensamento e ao conhecimento lógico-matemático. Em todo caso, o homem não é isolado dentro do processo de construção e de aquisição do conhecimento (quando da resolução de um problema), ele vive dentro de uma “cultura matemática”. Essa cultura é o resultado de uma trama entre conhecimentos espontâneos e conhecimentos científicos extraídos da cultura do sujeito. A complexidade das relações entre conhecimentos espontâneos e científicos é traduzida pelas diferentes maneiras possíveis de conceber os processos da matematização em cada sujeito.

### **Atividade matemática e suas diferentes dimensões: das idéias, das representações, da escrita, do poder de argumentação e da comunicação**

Se nossa reflexão vem se desenvolvendo em torno da multiplicidade de possibilidades de construção do conhecimento matemático, é fácil observar que a escola, em grande parte dos casos, não considera tal multiplicidade, o que demonstra que ela se organiza sob um conceito de matemática como conhecimento estruturado, com base em modelos únicos, universais e imutáveis ao longo da história. O ensino de algoritmos nas operações aritméticas é um testemunho irrefutável dessa realidade: “O que devemos fazer para adicionar, colocar algarismo debaixo de algarismo, iniciando a operação pelas unidades, com o vai um quando a soma passa de dez...” reflete que o ensino está estruturado a partir da falsa idéia de que o conhecimento matemático se efetiva com a garantia da reprodução de esquemas operatórios universais e imutáveis, não permitindo ao aluno expressar seus próprios esquemas de pensamento.

O ensino atual em nossas escolas caracteriza-se por uma série de reducionismos inapropriados do conhecimento matemático, dos quais citamos:

- Não respeitar as estratégias pessoais de resolução de problemas de cada sujeito, não incluindo no processo de socialização de algoritmos o registro dos procedimentos espontâneos e o confronto entre as diversas maneiras de resolver uma situação dada.
- Não trabalhar as diversas idéias, ou seja, os vários conceitos que cada operação aritmética possui. Por exemplo, a escola trabalha a subtração apenas como idéia única de retirar, não desenvolvendo adequadamente as idéias comparativas e aditivas; também a divisão é vista exclusivamente como partilha, não se desenvolvendo a idéia de medida junto ao aluno.

- Não buscar nas situações a-didáticas as fontes de produção de situações-problema, restringindo-se àquelas propostas e controladas pelo professor, que só aceita as formas de resolução previamente conhecidas por ele.

- Não valorizar a atividade matemática fundada na oralidade ou no cálculo mental, restringindo-se a valorizar exclusivamente a produção escrita.

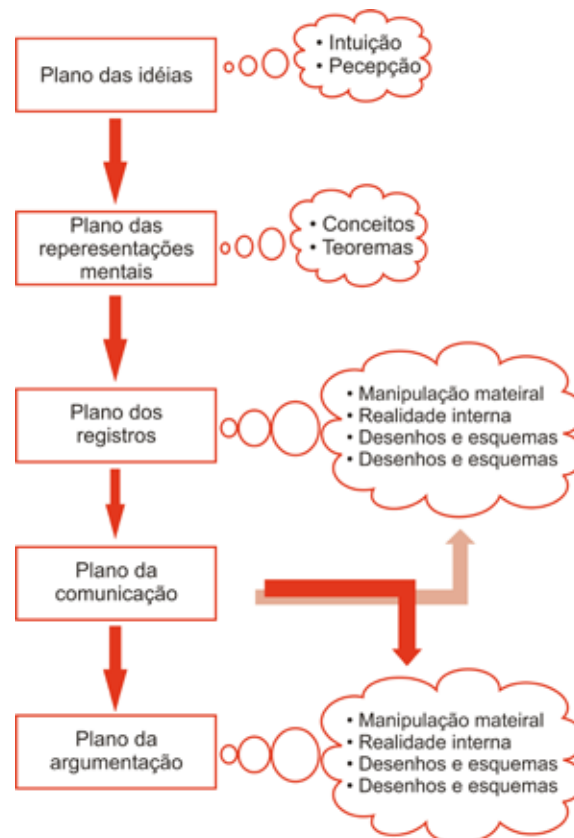
- Não estimular nos alunos o poder de argumentação e validação de processos e estratégias de cálculo.

- Não incorporar no processo de construção do conhecimento matemático sua dimensão histórico-cultural, criando um verdadeiro fosso entre a matemática científica e a matemática cultural, levando o aluno a crer que se trata na verdade de dois tipos de conhecimentos completamente independentes entre eles.

- Não acreditar no poder do aluno, de ele próprio criar e propor problemas matemáticos.

Esses elementos são suficientes para mostrar em que sentido o conhecimento no contexto escolar é tratado de forma reducionista. É necessário rever junto à escola a concepção do que vem a constituir uma atividade matemática. Essa revisão significa que a escola deve passar a conceber as diversas dimensões de uma atividade matemática, da ação material, do estabelecimento das idéias, de suas variadas representações mentais, do registro através de esquemas e escrita simbólica, da comunicação matemática e do poder de argumentação dentro do seu grupo social.

Essas diversas dimensões a serem consideradas podem assim ser representadas:



Devemos observar que o projeto didático pedagógico presente nas escolas valoriza, quase que exclusivamente, o desenvolvimento de atividade matemática situada no plano do registro e, mais especificamente, no da escrita simbólica, através do uso de algarismos, variáveis e formas geométricas, negando que a atividade matemática na escola deve contemplar seus mais diversos planos, indicados no esquema a cima, e jamais criando dicotomias e fragmentações. Somente nesse sentido podemos pensar em conceber uma educação matemática mais próxima de uma visão holística do conhecimento (D'AMBRÓSIO, 1999) e de sua construção pelo homem, que matematiza sua realidade do dia-a-dia em suas vivências com o mundo da natureza humana, que constantemente cria e recria sua cultura, na qual o conhecimento matemático é parte integrante e atuante.

### **Aprender matemática: navegar entre as diferentes e possíveis formas de representação de um mesmo objeto matemático.**

Como vimos no esquema da seção anterior, a construção do conhecimento matemático constitui um longo e complexo processo, que por vezes não é trabalhado pela escola de forma plena. Se tomarmos para análise o plano das representações e, por conseguinte, o dos registros, podemos constatar que um dado objeto matemático, como um número racional, deve ser consequência da construção de certas idéias mentais que darão vazão a determinadas representações mentais. Aprender matemática não é necessariamente saber representar mentalmente uma dada idéia/conceito, nem mesmo sua escrita sobre uma folha de papel. Aprender matemática implica muito mais do que isso, deve contemplar:

- A valorização de idéias ligadas à intuição e percepção espaço/temporal, ou de grandeza, ou de probabilidade, etc. Por exemplo, a noção da fração como medida entre duas grandezas, ou a proporcionalidade entre parte e todo, etc.

- O estabelecimento de uma multiplicidade de formas de representação de um dado objeto matemático. Saber representar uma fração, tipo  $\frac{3}{4}$  não implica um aprendizado efetivo de frações, é necessário mais, é importante que o sujeito possa navegar entre esquemas figurais como será tratado nos fascículos futuros pela Professora Nilza Bertoni. A aprendizagem passa pela capacidade do sujeito em reconhecer que 25%,  $\frac{15}{20}$ , 0,75,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  ou 750 sobre 1000 são formas possíveis de representar a mesma idéia matemática.

- É na criação, no espaço da sala de aula de um fórum democrático, na permanente troca e confronto de saberes, buscando a descoberta entre os partícipes da construção do conhecimento, que podemos encontrar múltiplas formas de resolver uma situação matemática, assim como múltiplas possibilidades de representá-las. Na educação matemática é de grande importância que socializemos, validemos e institucionalizemos os processos e suas diferentes formas de representações, sejam elas manipulativas, mentais ou escritas.

Assim, faz sentido citarmos um trecho do texto de Damm (1999) sobre essa relação entre a aprendizagem matemática e a capacidade do sujeito em navegar nas diversas formas de representação do objeto matemático:

No ensino de matemática, o problema se estabelece justamente porque só se levam em consideração as atividades cognitivas de formação de representações e os tratamentos necessários em cada representação. No entanto, o que garante a apreensão do objeto matemático, a conceitualização, não é a determinação de representações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim a coordenação entre estes vários registros de representação. Por exemplo, não adianta o sujeito resolver uma operação usando material concreto, ou através de um desenho, se não conseguir enxergar/coordenar estes procedimentos no tratamento aritmético (algoritmo da operação), no problema envolvendo esta operação ou mesmo em outro registro de representação qualquer (DAMM apud PAIS et al, 1999, p. 147).

É um real desafio para aquele que quer fazer educação matemática levar em consideração a coordenação entre as diversas formas de representação de um mesmo objeto matemático, tendo em vista que a nossa própria formação, ao longo de nossa vida escolar, tratou das representações de forma fragmentada, sem uma articulação entre duas ou mais naturezas de representação. Isso exige de cada um de nós uma revisitação dos próprios objetos e ferramentas matemáticas, o que foi objetivo fundamental no desenvolvimento dos fascículos deste curso de formação.

## Evoluindo do conceito de ensino da matemática para o conceito de educação matemática: novos paradigmas para novas posturas e formas de mediação do conhecimento matemático

Compreender os verdadeiros desafios de ser educador de matemática no contexto atual, desde a educação infantil até o ensino superior, passando pelo ensino fundamental, exige uma certa compreensão de como se constituiu a evolução histórica do ensino da matemática, sobretudo no Brasil.

Diante dos desafios até então expostos, busca-se não limitar a nossa ação como “professor de matemática”, ou seja, aquele comprometido com a transmissão do saber matemático, saber fundado na aquisição dos objetos e ferramentas matemáticas pelo aluno. Ao contrário, busca-se formar em cada “professor” o educador matemático, ou seja, um profissional comprometido com as transformações necessárias e desejáveis, buscando a valorização do ser matemático que é cada uma de nossas crianças, jovens e adultos que passam pelas nossas salas de aula.

Até a década de 60, encontramos uma prática pedagógica de matemática, dita ensino tradicional, que se caracterizava essencialmente pelo ensino da aritmética e da geometria euclidiana e métrica, fundamentalmente a partir de situações-problema com significado sociocultural, visando à instrumentalização do cidadão com as operações fundamentais, a fim de que resolvesse problemas práticos, voltados para o mundo do trabalho. Assim, o ensino pautava-se prioritariamente pela transmissão de ferramentas matemáticas rumo à preparação para a produção no mundo do trabalho, cuidava pelo rigor dos algoritmos operatórios, memorização de conceitos e procedimentos. O conteúdo era exposto em livros textuais, de capas duras, com poucas ilustrações, onde as regras eram textualmente descritas.

O primeiro satélite artificial, o Sputnik 1, foi lançado pela União Soviética em 4 de outubro de 1957. Em plena Guerra Fria, o Sputnik foi pivô de um movimento norte-americano de reestruturação e reformulação do ensino de ciências e da matemática em todos os níveis do sistema escolar. É quando surge o movimento da dita Matemática Moderna, que objetivava o alto e rápido desenvolvimento das ciências e das tecnologias, visando à competição no contexto da Guerra Fria. Eram objetivos formar o maior número possível de cientistas para colaborar na superação da crise americana provocada pelo programa espacial, assim como fazer com que as crianças comesçassem a incorporar em sua formação, desde muito cedo, o conteúdo matemático num enfoque de ciências puras e exatas. Vimos, então, ao longo dos anos 60 e 70, também no Brasil (em função da hegemonia política e econômica), a introdução da linguagem matemática e de estruturas formais como a teoria dos

7 Sputnik 1- primeiro satélite artificial;  
Sputnik 2 – primeiro satélite a transportar um animal, a cadela Laika.



conjuntos, propriedades com axiomas e estruturas algébricas desde os primeiros anos de escolaridade. É necessário, segundo a matemática moderna, que as crianças, desde muito cedo, compreendam a matemática como ciência pura e exata, e mais, primando pelo rigor e pela exatidão. A noção de cidadania está fortemente ligada ao respeito à lógica formal da qual a matemática é exemplo. Em consequência, temos a perda do sentido prático e do prazer pelo objeto, pela construção do conhecimento, pois o mesmo, desde cedo, era dado ao aluno como produto pronto a ser consumido.

Kleine (1976), já no início dos anos 70, aponta as consequências e mazelas dessa forma de ensino. Nos anos 80 e 90, observamos no Brasil um movimento de reação à matemática moderna, quando há um impulso em pesquisas e a abertura política favorecendo a reformulação curricular, movimento que culmina com a formação da Sociedade Brasileira de Educadores Matemáticos, em 1988, em Maringá, durante o II Encontro Nacional de Educação Matemática. O movimento de educação matemática surge da necessidade de repensar o papel do professor frente à criança, vista como produtora de conhecimento matemático. Se o aluno é visto como ser matemático, faz-se necessário que a própria lógica formal seja construída a partir da lógica própria da criança que está em pleno crescimento psicológico e social.

É necessário despertar novamente o gosto pela matemática, e que cada um possa descobrir seu verdadeiro potencial em produzir conhecimento. Disso depende a formação do futuro cidadão, rumo à constituição do homem integral. Para iniciar tal movimento, foi importante a incorporação na formação dos professores e na prática pedagógica de resultados da psicologia cognitiva, da etnomatemática, da didática da matemática, entre outros.

Como educadores matemáticos, devemos reconhecer que a inteligência lógico-matemática é somente uma entre as muitas formas de inteligências que constituem a capacidade intelectual humana (GARDNER, 1995); dessa forma, o nosso projeto deve considerar as múltiplas capacidades cognitivas do sujeito ao longo de seu desenvolvimento. Por outro lado, deve-se considerar que o conhecimento matemático presente até então no currículo escolar é apenas uma das formas de conceber o conhecimento matemático, ou seja, a perspectiva “eurocentrista” é somente uma das formas possíveis de o homem calcular, medir, estimar, contar e representar seu mundo. Nesse campo, a etnomatemática veio nos trazer uma contribuição ímpar.

Hoje, neste início de milênio, o currículo escolar de matemática apresenta traços dessas três fases da história do ensino da matemática, a tradicional, a moderna e a educação matemática, e o seu avanço depende fortemente de investimentos na formação inicial e continuada dos professores, formação que deve estar atrelada à mudança da representação social da matemática até então presente na comunidade escolar e na sociedade como um todo. Nes-

sa mudança, tem um papel importante a ação dos pais que foram formados na matemática moderna e que, por vezes, ainda cobram da escola um trabalho didático-pedagógico com características da escola dos anos 60 e 70.

A escola encontra-se hoje em um momento difícil diante das múltiplas exigências relativas sobretudo às mudanças requeridas no ensino da matemática: a escola busca desenvolver uma educação matemática, sendo que seus professores não foram formados para tal, pois estão mais preparados para a simples transmissão mecânica do conhecimento.

Mas ficam aqui algumas perguntas a serem respondidas: quais são essas mudanças exigidas pela educação matemática, em termos de organização do espaço pedagógico e da prática do professor? Como possibilitar o desenvolvimento de uma prática pedagógica que favoreça os cinco valores propostos por D'Ambrósio?

Vamos expor algumas dessas possibilidades, muitas das quais constam hoje nos PCNs, de que trataremos na seção 3, e observando que alguns desses aspectos serão tratados ao longo da seção 2.

- A exploração e o uso do corpo e de partes do corpo para a contagem, para realização de cálculos, para medições, para representação de formas, ou seja, como fonte de produção do conhecimento humano.
- A valorização de problemas vindos do contexto socio-cultural do próprio aluno, cuja resolução tenha um forte significado de vida para ele: sua vivência no comércio, em seus jogos e brincadeiras, no mundo dos esportes, da cultura, do artesanato, etc.
- A utilização de uma multiplicidade de formas de representação dos objetos envolvidos na atividade matemática, sobretudo a corporal e aquelas que apelam tanto para materiais concretos livres (sementes, pedrinhas, palitos, canudos) como para aqueles estruturados (dourado, ábaco, cuisinaire, etc.), permitindo a evolução para a representação gráfica e simbólica.
- A resolução de problemas que não sejam tratados exclusivamente através de enunciado escrito, mas explorando problemas orais e concretamente vivenciados.
- A permissão e a valorização do desenvolvimento de algoritmos alternativos pela criança, isto é, de esquemas operatórios que retratam a lógica de pensamento e as estratégias de resolução do aluno, que são, na maior parte dos casos, de difícil compreensão pelo professor, pois não é nada elementar captar a lógica que estrutura as ações cognitivas de nossos alunos.



Exemplo:

$$\begin{array}{r} 52 \\ : 2 \\ \hline 26 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ \times 4 \\ \hline 2816 = 296 \end{array}$$

«cinco dividido por 2, dá dois, e sobra 1, fica então 12, que dividido por 2 dá 6, então, é 26»

«7 vezes 4 é 28, 4 vezes 4 é 16, mas 280 com 16 é 296»

• A consideração dos diversos conceitos/idéias que envolvem cada operação aritmética, a saber: adição = juntar ou acrescentar (incremento); subtração = retirar, comparar ou complementar; multiplicação = adição de parcelas iguais ou combinação/produto cartesiano; e a divisão = partilha ou medida. Somente através de um trabalho com TODOS esses conceitos e idéias, integrando uma às outras, conforme propõe a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (apud PAIS, 1999), possibilitará que nossos alunos desenvolvam competências para a resolução de problemas matemáticos.

• A construção gradativa e expansiva das idéias, possibilitando a transposição de estratégias e teoremas já adquiridos, como o fez a criança de 7 anos de idade no primeiro exemplo acima, que opera a divisão com grande competência, transpondo estratégias da adição para resolver a divisão.

• A permissão para que os alunos testem suas hipóteses, expondo-as frente ao seu grupo de colegas, identificando e revendo suas estruturas de pensamento, confirmando, abandonando ou reestruturando seus esquemas de pensamento e seus conceitos. Nesse sentido, devemos rever o espaço do erro como ferramenta no processo de construção do pensamento do aluno e, portanto, o erro não deve ser motivo para punições vindas do professor, tendo em vista que, para constituir-se um ser matemático, não se pode ter medo de errar, pois é a partir do erro que o aluno vai construir seu caminho de constituição do saber. É também pelo erro que o professor vai encontrar um forte instrumento de reconhecimento das estruturas do pensamento do aluno ao longo de sua produção manipulativa, oral e escrita da matemática. Não é contornando e nem eliminando os erros que faremos educação matemática, mas sim apoiando-nos sobre eles que formaremos o espírito matemático.

• A utilização de novas e modernas tecnologias na prática pedagógica, tais como o vídeo, as calculadoras, os instrumentos de medida e a informática. O vídeo pode ser um forte instrumento de ponte entre as situações de matematização da vida concreta e o trabalho didático realizado em sala de aula. A introdução de balanças, trenas, teodolitos, termômetros, etc. é de fundamental importância para a contextualização da matemática na realidade. A introdução da calculadora tem gerado grandes polêmicas, mas é necessário que compreendamos que as situações-problema a serem resolvidas com as calculadoras devem ser de natureza diferente daquelas a serem resolvidas através do cálculo mental ou com lápis

e papel. Por exemplo, usando apenas a calculadora, descobrir qual o resto da divisão de 320 por 17. O uso de *softwares*, especialmente na geometria, como o CABRI ou GEOMETRIX tem trazido novas possibilidades de exploração da construção de atividades matemáticas que a escola não pode negar. Mesmo a Internet, para a realização de pesquisa de questões de lógica, história da matemática e de matemáticos, aplicações da matemática nas tecnologias e na cultura, entre outras possibilidades, tem aberto novas perspectivas, que inclusive tem sido objeto de pesquisas nas áreas da educação matemática.

A seguir, veremos algumas das propostas trazidas pela educação matemática:

- O trabalho com as medidas e com a geometria desde a primeira semana de aula, o que será melhor exposto quando falarmos dos PCNs.

- O livro didático deve ser considerado apenas como um instrumento de apoio do processo, devendo as atividades matemáticas realizadas pelos alunos extrapolar significativamente o livro, a sala de aula, o tempo escolar, a fala do professor, o papel, etc.

- O desenvolvimento do conteúdo matemático enfocando a construção do conhecimento ao longo da civilização, buscando mostrar quais opções os homens fizeram ao longo de nossa história nessa construção, quantos vaivéns constituem nosso caminhar e quanto ainda temos a avançar. A edição de livros paradidáticos (que deve ser objeto de conhecimento de todos nós) tem contribuído bastante para a exploração desses aspectos históricos com nossos alunos.

- O conhecimento das variações no conhecimento matemático de uma cultura para outra, como as diferentes bases de contagem (10 e 60), nas formas de institucionalizar os algoritmos operatórios (o caso da divisão, que muda de país a país) dos conceitos (quais são os números naturais, o que é um trapézio), nos sistemas de medida (decimal e não decimal), etc.

Poderíamos aqui nos alongar mais, mas acreditamos que essas propostas são suficientes para demonstrar que tipos de competências nós teremos de ter para não nos limitarmos a ser meros transmissores de conteúdos prontos e acabados, contribuindo para reforçar a visão da matemática como disciplina exata, pura, difícil e inacessível. Para sermos educadores matemáticos, é necessário uma multiplicidade de competências que só o investimento na nossa formação pode garantir. Pensar diferentemente o que é fazer matemática implica assumirmos uma vontade política que busca resgatar em cada aluno, e em nós mesmos, o ser matemático que foi historicamente calado, amordaçado, ferido e, por vezes, assassinado. Portanto, propor a educação matemática significa fazer renascer a matemática como objeto culturalmente construído pelo homem

ao longo de sua existência e que deve participar da constituição de cada cidadão.

## Atividades

1 Refletindo sobre as competências do professor de matemática, liste os três principais conhecimentos que o professor deve ter em cada categoria de conhecimento abaixo:

- a) conhecimentos matemáticos
- b) conhecimentos pedagógicos
- c) conhecimentos curriculares

2 Faça uma pequena pesquisa entre seus alunos, perguntando a eles:

- a) O que é matemática?
- b) Onde encontramos a matemática?
- c) Por que temos de aprender matemática?

Faça uma leitura dos resultados dessa pesquisa, citando as respostas que mais te surpreenderam.

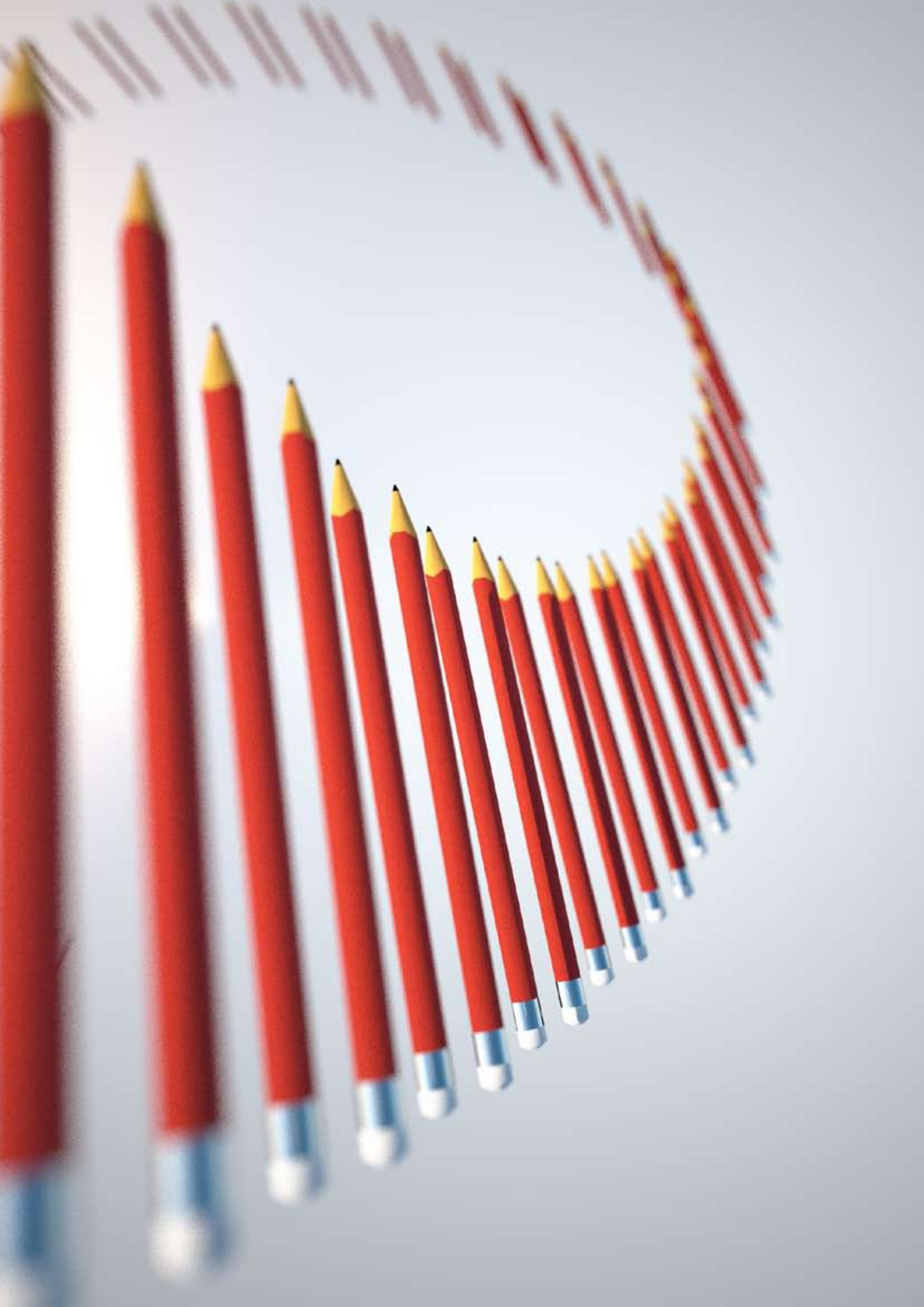
3 Passe a seguinte situação para um grupo de alunos de terceira série (não necessariamente seus alunos):

**Eu tinha R\$12,50 e comprei umas frutas para um lanche. Se agora tenho R\$7,75, quanto gastei?**

Disponibilize aos alunos diferentes recursos, desde lápis e papel, dinheirinho, material dourado, ábaco, ou outros que julgar interessante, até uma calculadora. Peça para que cada um explique como fez para resolver o problema.

Descreva a forma que eles utilizaram para explicar, refletindo sobre as diferenças entre produzir uma solução e comunicá-la e sobre o papel dos recursos materiais neste processo de comunicação do pensamento matemático produzido na resolução de um problema matemático.





# 2

## O professor como mediador do conhecimento matemático

---

Objetivos: reconhecer o papel do professor como mediador do conhecimento, com ênfase nas competências; resgatar objetos e recursos culturais como fonte de produção do conhecimento matemático no espaço escolar.

## O professor como mediador do conhecimento matemático

Partindo do pressuposto de que a capacidade de aprender da criança é o fundamento da estruturação do ato pedagógico, podemos caracterizar esse princípio dizendo que é porque acreditamos na capacidade de aprendizagem da criança que constituímos a relação pedagógica.

Se aprendizagem é um processo, compreender como se realiza uma aprendizagem implica, antes de mais nada, revelar a dinâmica que constitui esse processo, um processo que é de natureza sócio-psicológica. Revelar, descrever e compreender tal fenômeno requer enfrentar desafios, em termos epistemológicos e metodológicos, que constituem um dos motores propulsores das investigações científicas da psicologia cognitiva e do desenvolvimento.

Aprender implica a noção de ação, uma ação interior que nem sempre é visível a um observador. Se podemos constatar e descrever determinadas ações que nos indicam a presença de certa aprendizagem, estas são apenas traços limitados do complexo processo interno do espírito humano, que constitui a aquisição de um novo saber. A variedade de teorias da aprendizagem e do desenvolvimento é reflexo concreto dessa complexidade e riqueza.

Aprender implica também a existência de um contexto sociocultural que é sua fonte propulsora e o quadro de referência de validação do conhecimento produzido. Fora desse contexto, o conhecimento não adquire sentido para a compreensão do processo da aprendizagem. Vygotsky (1991) mostra esse fato quando apresenta sua teoria da construção de conceitos pelo sujeito que afirma que não podemos conceber a construção de conceitos fora da relação sujeito e contexto sociocultural. É no grupo que um conceito toma sentido e forma. Assim, as funções psicológicas ocorrem em duas dimensões no desenvolvimento do sujeito: inicialmente, como atividade coletiva e mediada e, posteriormente, como atividade individual. Tentar compreender a construção do conhecimento pelo sujeito numa dimensão, como no caso da construção de conceitos, implica necessariamente dar conta do processo na outra dimensão, pois ambas se implicam mútua e estritamente.

Nessa construção, é importante considerar que a constituição da inteligência (capacidade de agir diante de situações desestabilizadoras) dá-se prioritariamente em situações de interação social. Compreendê-la deve significar, portanto, entender como as interações influenciam e determinam o processo e o produto da aprendizagem. Essencialmente, duas naturezas de interação social nos interessam na tentativa de compreensão dos processos de construção do conhecimento pelo sujeito: as situações de educação não formal e as situações de educação formal. As situações ditas informais são aquelas estruturadas sem intenções didático-pedagógicas e, portanto, segundo Vygotsky (1991 e 1994), podem ser fonte de produção e/ou aquisição de conceitos espontâneos. As situações



ditas formais são necessariamente planejadas e estruturadas segundo objetivos didático-pedagógicos, visando ao desenvolvimento/aquisição de conceitos científicos. Se, em ambas situações de interação social, podemos conceber a existência de aprendizagens, pois nestas existem relações diretas ou indiretas tipo sujeito-objeto de conhecimento, deve ser de nosso interesse compreender essas possíveis formas de mediação, em situações de educação formal, onde o professor desempenha um papel fundamental como mediador no processo de construção do conhecimento.

Falar no papel do professor como mediador no processo de construção do conhecimento nos obriga a considerar as contribuições de Bruner (1999) nessa área. Um dos pioneiros das ciências cognitivas, Bruner acentua a dimensão cultural no processo da aprendizagem. Seu centro de interesse inicialmente era a descoberta de como o sujeito cria suas idéias e o pensamento:

O objetivo da escola não é de formatar o espírito das crianças lhes inculcando saberes especializados dos quais elas não compreendem o sentido e a razão de ser. É necessário que os alunos se apropriem de uma cultura, integrem os conhecimentos a partir de questões que eles construam. Para isso, é necessário contestar os programas prontos. Devemos criar dúvidas, discutir, explorar o mundo, se deslocar, sair do quadro da escola. É assim que nos apropriamos da cultura, que nos tornamos membros ativos de uma sociedade (BRUNER, 1999, p. 71).

Se a aprendizagem não é um ato solitário, mas eminentemente solidário, o professor possui papel fundamental, seja como promotor do processo de aprendizagem, seja como organizador do ambiente pedagógico. Falar em professor-mediador implica conceber a mediação constituída a partir da pessoa e de recursos culturalmente situados. O papel do mediador, especialmente do professor, segundo Bruner, é o de ajudar o aprendiz a modelizar seus atos de aprendizagem. Essa ajuda traduz-se em tornar o aprendiz consciente de seu próprio processo de aprendizagem. O trabalho do mediador na interação com a criança é, entre outros aspectos, o de permitir a análise dos efeitos do ato da aprendizagem em relação às intenções iniciais e, também, o de facilitar a realização do ato. Poderíamos dizer que o mediador ajuda a criança a dar sentido à sua ação e a criar ligações com saberes anteriores.

Para a realização de tal ajuda, mediador e criança têm de se encontrar em níveis epistemológicos diferentes. Mediador e criança são agentes altamente ativos no processo, mas o que distingue o aprendiz do mediador é a existência de um diferencial que pode ser identificado ao compararmos a natureza de relação sujeito e objeto de conhecimento, comparação entre criança e mediador a compartilharem juntos um mesmo processo de resolução de problema significativo para ambos (o que não implica que a significação seja a mesma, sobretudo se considerarmos a existência de um diferencial cultural entre criança e mediador).

Esse diferencial deve se reduzir ao longo da interação mediador–aprendiz, o que implica necessariamente a noção de uma transmissão no sentido do professor para o aluno. Mas a noção de transmissão em Bruner tem um sentido profundamente cultural. Se o processo de aprendizagem implica quase sempre um continuum a partir de aprendizagens anteriores, a mediação realizada pelo professor deve contemplar a ponte com as aprendizagens já realizadas pelo aprendiz em seu contexto cultural, aquisições concretizadas nos ambientes, nos contextos socioculturais dos quais o aprendiz participa. Reconduzir as aprendizagens culturalmente adquiridas para promover novas aprendizagens deve ser objetivo importante na atuação do educador.

A noção de mediação enquanto processo de relação entre o adulto e a criança, sobretudo entre o professor e o aluno, e processo de aquisição solidária do conhecimento cultural, nos leva a considerar a noção de zona de desenvolvimento proximal proposta por Vygotsky (1991). A possibilidade de a criança aprender quando resolve uma situação-problema em interação com um adulto aloca a noção de mediação como um dos conceitos centrais na teoria vygotskyana.

### **A mediação realizada via recursos culturais e didático-pedagógicos**

A utilização de recursos pelo mediador, sobretudo recursos didático-pedagógicos, pode e deve traduzir a representação social do objeto de conhecimento e a representação do processo de aquisição do saber pela criança. A escolha, a criação, a forma de utilização, e mesmo a negação de recursos mediadores, ou seja, de objetos culturais, podem constituir uma rica fonte de pesquisa sobre a mediação realizada pelo professor.

Descrever e compreender o processo no qual se constitui a mediação sujeito–objeto de conhecimento requer analisar o sistema de mediação construído pela escola, sistema onde professor–aluno constituem o binômio central. O papel do professor como mediador representa, assim, um elemento curricular importante que pode nos permitir ver como se realiza a aquisição de conhecimentos escolares e como a forma de mediação construída pelo professor influencia na construção pelo aluno da representação social do objeto de conhecimento.

A mediação realizada pelo professor, os materiais curriculares por ele utilizados e o processo de construção da representação social na criança, no que se refere às ciências e à matemática, devem ser pontos fundamentais na formação do professor e, especialmente, do professor de matemática. Melhor conhecer o processo de mediação e os objetos culturais e pedagógicos criados e/ou utilizados nessa mediação contribuirá na descrição e análise da rede de poderes que constituem um ambiente de aprendizagem–ensino das ciências e das matemáticas.

Outro objetivo da formação do professor deve ser capacitá-lo para a análise das concepções de aprendizagem e de conhecimento nos recursos utilizados no processo de mediação nas aulas de ciências e de matemática. A análise desses recursos pode nos dar elementos importantes sobre a representação social do próprio objeto de conhecimento, ciências e/ou matemática, bem como nos fornecer informações sobre a representação social da aprendizagem e construção de um conhecimento pelo sujeito. A escolha de um recurso, sua produção, sua forma de utilização, sua validação didático-pedagógica e sua transformação pelo professor poderão indicar concepções que, por vezes, o mediador do processo de aprendizagem e ensino não revela em seu discurso. Portanto, a compreensão do real pela criança não é imediata, mas opera-se sempre a partir de um sistema de códigos e de conceitos construídos pelo mundo adulto e partilhado pela criança. Esse sistema participa do processo de mediação, da mesma forma que sua aquisição é quesito fundamental para a estruturação da relação aluno–conhecimento e mesmo aluno–professor.

### **O processo metacognitivo como objetivo central do professor-mediador**

Com o propósito de permitir o acesso ao conhecimento cultural, o professor tende a modelizar seus atos. Essa modelização requer uma tomada de consciência pelo próprio sujeito aprendiz do processo dos esquemas desenvolvidos e presentes no processo de resolução de problema. Essa tomada de consciência deve capacitar o sujeito a organizar seus atos, segundo suas intenções iniciais, e a realizar a antecipação dos resultados. Nesse sentido, tornar-se inteligente, na concepção de Bruner, está ligado à capacidade do sujeito de se apropriar da cultura presente e transmitida no seu meio sociocultural imediato. Mas tal apropriação só se realiza com o auxílio da interação com o outro, com o adulto e, na escola, com o professor.

Essa tomada de consciência do processo de aprendizagem requer a citação de outro conceito importante que é o de metacognição, ou seja, cognição da cognição, pensar sobre o pensar.

As metacognições podem designar:

- os conhecimentos que os sujeitos podem ter de seus processos mentais e dos produtos desses processos (metacognição);
- os conhecimentos relativos às propriedades pertinentes às aprendizagens de informações ou de dados (conhecimentos metacognitivos);
- a regulação (condução, controle, conscientes ou não) dos processos cognitivos.

Além disso, os processos mentais podem se referir à memória, à compreensão ou à resolução de problemas” (ROBERT et ROBINET, 1993, p. 5).

Vygotsky e Bruner contribuem para clarificar o papel da metacognição no desenvolvimento e na aprendizagem. Segundo Vygotsky (1991), a tomada de consciência se realiza essencialmente através da verbalização, o que tem um valor organizador do pensamento.

Para Bruner, a tomada de consciência é parte do próprio desenvolvimento cognitivo. O mediador tem papel central na tomada da consciência e o professor, como tal, pode ter duas funções para favorecer a metacognição. O mediador facilita a utilização de estratégias de resolução de problemas ou promove junto aos alunos a análise das diferenças ou semelhanças entre os diferentes processos utilizados por diversos sujeitos, diversas culturas ou diversas fases históricas.

Mas reduzir a tomada de consciência e a aprendizagem à mediação realizada pelo professor pode ser um erro teórico que não devemos desprezar. “A função de ajuda à aprendizagem não pode se reduzir à atividade de mediação promovida pelo professor” (BRUNER, 1999, p. 39). A criança pode realizar aprendizagens a partir de relações com os objetos propostos pelo professor como recursos, em situações informais, e realizar aquisições de ações didático-pedagógicas, mesmo na ausência do professor. A análise de tais situações pode clarificar o real papel do professor como mediador entre sujeito e objeto de conhecimento, assim como fornecer informações sobre o potencial de certos recursos culturais no processo de aprendizagem, mesmo que fora da educação formal. Esses recursos podem servir como base ao ato do pensar (cognição) ou ao ato reflexivo, sobre como pensar (metacognição).

### **Mediação na educação matemática**

O desenvolvimento de uma reflexão sobre a mediação no campo da educação matemática requer considerar a resolução de problemas como sendo o objetivo essencial da escola no que se refere ao processo de aprendizagem e de ensino de matemática. Assim sendo, a mediação realizada pelo professor de matemática passa essencialmente pelo processo de oferta, resolução, controle e validação de resolução de situações-problema.

A resolução de problemas como eixo norteador da educação matemática tem sido, ao longo da história da educação, assim como da matemática, um ponto de convergência, de acordo, entre a pesquisa em didática, em psicologia cognitiva e em matemática. Planejar uma seqüência didática em matemática implica, portanto, ofertar ao aluno situações de desafio que possibilitem elaboração, testagem, revisão e validação social de hipóteses. As hipóteses formuladas pelas crianças podem referir-se a (re)formulação de conceitos ou a aplicação e comprovação da validade de teoremas em

ato (VERGNAUD, vide FRANCHI, apud PAIS, 1999).

Pensando assim, deve o professor, na sua prática docente, planejar as situações problematizadoras que possibilitem ao educando a construção do conhecimento matemático. Propor situações-problema deve significar a oferta de situações de desafio geradoras de desestabilização afetiva e cognitiva, que façam com que a criança se lance à aventura de superação da dificuldade proposta pelo educador e, assim, que realize atividades matemáticas. Infelizmente, tal planejamento acaba na maioria das vezes se constituindo na seleção ou produção de problemas (ditos matemáticos) que devem ser oferecidos aos alunos como forma de promoção da aprendizagem matemática, apresentados na forma de textos escritos (via enunciados textuais) e a partir de contextos nem sempre significativos ao aluno. Isso ocorre, sobretudo, quando os problemas propostos pelo professor não são do contexto cultural e/ou do interesse do aluno.

A mediação da aprendizagem matemática realiza-se assim, por meio dos problemas matemáticos “do professor”, onde cabe ao aluno, antes de lançar-se à atividade matemática, receber, acolher, interpretar, compreender e resolver aquilo que, desde sua gênese, é de propriedade do professor. Antes de dar início ao processo da aprendizagem propriamente dito, existe um momento de apropriação, de sedução, de compreensão e de interpretação do objeto de mediação pensado e produzido pelo professor para que haja certa aprendizagem matemática.

Para que se inicie a mediação aluno–conhecimento matemático, faz-se necessário que o aluno aceite o objeto que é, a princípio, de propriedade do professor; portanto, a concretização da mediação da aprendizagem matemática requer que a situação-problema seja efetivamente uma promotora da atividade matemática. Infelizmente, essa necessidade não se realiza e, contrariamente aos princípios teóricos da educação matemática, o problema produzido e proposto pelo professor acaba por se constituir num obstáculo à mediação do processo aprendizagem–ensino da matemática. Quais seriam os fatores que contribuem para que os problemas oferecidos pelo professor sejam dificultadores do processo de mediação?

- Problemas exclusivamente escritos: os problemas matemáticos são apresentados aos alunos por meio de um texto escrito, o que implica a existência obrigatória de uma interpretação do texto para sua resolução.

- Problemas produzidos pelo professor que não retratam o contexto sociocultural do aluno podem retratar contextos que não possuem significado ou interesse para este. O contexto de referência utilizado está, por vezes, distante dos reais interesses do aprendiz e o professor pode mesmo desconhecer os reais interesses dos alunos em termos de seu mundo lúdico, seu imaginário, seus centros de interesse, etc.

- Problemas previamente modelados pelo professor: quando o professor assume para si o compromisso de produzir o problema matemático que servirá como promotor da aprendizagem matemática, ele acaba por ser o responsável pela seleção das variáveis, dos campos numéricos, das estruturas lógicas, etc. Pouco resta ao aluno em termos de produção das situações. Grande parte do modelo matemático é realizado por aquele que produziu o texto, e as situações didáticas acabam por serem significativamente mais pobres do que aquelas produzidas nos contextos da vida. Ainda, o aluno fica sem participar de um momento importante da modelização da situação, pois o professor, ao produzir a situação e redigir o texto do enunciado, faz previamente uma seleção das variáveis, das unidades de medidas, das ênfases às estruturas lógicas, etc.

- Problemas sem margem de multiplicidade nas interpretações: o professor procura redigir o texto sem permitir margens de variações nas interpretações do enunciado, buscando que todos cheguem a um mesmo modelo matemático. Há interesse por parte do professor de reforçar a idéia do conhecimento matemático como parte das ciências exatas, sem permitir o pensamento divergente.

- Problemas cujo processo de solução é único na ótica do professor: a seleção das variáveis, as formas de dispô-las ou apresentá-las favorecem a tradução de processos operatórios únicos (ou muito pouco variáveis), de forma que os algoritmos de solução apresentarão quase que nenhuma variação dentro de um grupo de alunos, permitindo assim o “total” controle dos processos de pensamento pelo professor, sobretudo no estabelecimento dentro do grupo daquilo que é ou não aceitável no contrato didático.<sup>8</sup>

- Problemas cujo processo de resolução é eminentemente um ato solitário: são em sua maioria situações propostas para serem interpretadas e resolvidas por meio de ações cognitivas “solitárias” sem contar com a possibilidade e a riqueza de sua realização cooperativa, constituindo-se em situação de desafio sociocognitivo, por meio de confronto de diferentes interpretações e algoritmos e de suas validações dentro de uma comunidade de investigação.

- Problemas onde os erros produzidos ao longo do processo de tentativa de resolução não podem ser evidenciados: o aluno busca camuflar ou ocultar os erros presentes no processo de ensaio de resolução, nos quais é valorizado pelo professor não o processo de resolução (o que nunca é um processo linear), mas somente os resultados finais. Os erros, os mais ricos elementos reveladores dos esquemas de pensamento, ficam excluídos do processo de resolução documentado pelo aluno.

- Problemas que fazem apelo apenas à atividade matemática mental, sem possibilitar a manipulação concreta e a apresentação de esquemas mentais escritos: materiais concretos não são efetivamente utilizados ao longo do processo de construção do conhecimento, sendo o aluno impedido de manipular esses materiais, de realizar pesquisas, de construir ou de testar esquemas escri-

8 Contrato didático: ver mais em Pais (1999), no capítulo *Contrato Didático*, escrito por Benedito Antônio Silva. É importante observar que a noção de contrato didático aparece a partir do fato que a relação pedagógica se realiza num contexto de relações interpessoais e é estruturada por um conjunto de regras socialmente negociadas e construídas. Nesse sentido, Brousseau aproxima a noção do contrato que sempre existe entre aluno e professor a um tipo de jogo.

tos ou desenhados. Quase sempre se prioriza a utilização de modelos algébricos valorizados pelo professor, pelo livro, pela escola, pelo currículo, pelos pais, etc., sem espaço para as estratégias próprias de cada aluno.

O professor, como mediador, deve sempre questionar o processo de mediação que descarta a possibilidade de produção das situações-problema pelo próprio aluno, produção que pode ser fundamental no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Devemos buscar construir um projeto didático em que as situações-problema se constituam, efetivamente, em objetos promotores da mediação do conhecimento matemático a ser produzido pelos alunos.

Uma questão central na ação pedagógica em matemática é a compreensão da importância do conhecimento da zona de desenvolvimento proximal da criança (VYGOTSKY, 1991), na formulação e na oferta pelo professor de situações-problema que têm como objetivo a promoção da aprendizagem matemática. No mesmo sentido, é importante analisar como o professor avalia os reais potenciais das crianças, a partir da observação do processo de resolução de situações-problema de matemática.

Voltando ao início de nossas reflexões sobre o professor de matemática como mediador, poderíamos formular a hipótese de que a resolução de problemas que, de início, deveria ser promotora da aprendizagem matemática acaba por se constituir em mais um obstáculo à aprendizagem do aluno. No mesmo sentido, faz-se necessário rever o conceito de dificuldade, tendo em vista que, nas teorias construtivistas, o processo de aprendizagem surge frente a uma dada situação de dificuldade, digamos, de desestabilização. Entretanto, a situação gerada pelo professor para promover a aprendizagem pode vir a se constituir em situação de dificuldade intransponível, impedindo que o sujeito se lance à realização da atividade matemática.

## **Objetos culturais e educacionais para a realização da mediação**

Há uma multiplicidade de possibilidades de realização de mediação do conhecimento de matemática; porém, trabalhando estritamente no contexto escolar, o professor, muitas vezes, não se apropria de objetos culturalmente constituídos para servirem de canais de transporte de conceitos espontâneos e algoritmos alternativos, assim como de resgate do pensamento intuitivo como fonte da produção matemática. A incorporação cultural pelo educador do significado do conhecimento matemático, ou seja, o processo de educação matemática pelo qual o próprio professor passou ao longo de sua formação inicial e continuada, implicou por muito tempo a exclusão do processo de aprendizagem escolar de objetos como



o corpo, os jogos, utensílios domésticos, artesanais e tecnológicos.

Nesta seção, vamos discutir a importância do resgate desses objetos–mediadores no processo de construção do conhecimento matemático pelo sujeito histórica e culturalmente situado.

### **O corpo como fonte do conhecimento matemático**

Por muito tempo desenvolveu-se a crença de que, para aprender matemática, o sujeito, mesmo a criança, não pode e não deve manipular o corpo ou parte dele. Acreditava-se que, porque os objetos matemáticos são de natureza abstrata, a manipulação se constituiria num obstáculo a tal abstração, levando a crer que o sujeito que manipula o concreto jamais conceberia os seres matemáticos. Os dedos, de tão fácil acesso, seriam o primeiro obstáculo na construção do número pela criança. Sempre tendo acesso aos dedos, a criança iria sempre testemunhar as quantidades sobre os dedos, nunca sentindo a necessidade de construir o conceito de número, ficando para sempre escrava da manipulação concreta sobre os dedos.

Assim, vimos instituir-se na educação uma ideologia que é fortemente retratada nas expressões deveras corriqueiras: “não pode contar no dedo”, “contar no dedo é feio”, “contar nos dedos é coisa de criança”; tal ideologia sobre a utilização do corpo na aprendizagem matemática produziu várias e graves conseqüências para a educação matemática:

- Deturpação do significado de abstração na matemática. Se os objetos matemáticos são entes abstratos, só existentes na mente humana, não podemos esquecer que a construção desses objetos é efetivada a partir da manipulação concreta, pelo menos num primeiro nível da atividade matemática. Apoiados no conceito piagetiano, podemos assumir a abstração como a internalização da ação concreta. Como pode a criança, ela mesma, construir tais objetos se a manipulação é coibida pelo educador? Evidentemente que não haverá tal construção. A manipulação dos dedos deveria ser valorizada na prática pedagógica como sendo uma das competências mais importantes na construção do número pela criança: contando nos dedos as crianças podem construir uma base simbólica que é essencial no processo de construção do número, assim como na estruturação do número no sistema de numeração decimal.

- Ruptura com processos e procedimentos ontológicos do desenvolvimento do sujeito. A exploração das mãos como ferramenta, o registro de quantidades nos dedos como a sua idade, desde 1 ano de vida é uma aprendizagem social, tal como o uso das mãos como instrumento de medidas nos jogos, como no jogo de bolinha de gude, ou ainda a aprendizagem social de medir o corpo a partir do palmo. Observa-se que, no início do seu desenvolvimento, a criança utiliza as mãos para realizar atividade matemática e é culturalmente estimulada a fazê-lo. Quando a escola coibe tal prática, ela está indo na contramão do desenvolvimento da criança e ne-



gando esta ferramenta cultural que deve ser base fundamental da mediação da construção do conhecimento matemático na escola.

- Ruptura com procedimentos historicamente construídos ao longo da história da civilização. A escola nega a própria história da matemática, que teve como origem a quantificação das pedras, ditos cálculos. Com a facilidade de ter os próprios dedos das mãos e pés como contas, eles são adotados como base da contagem, ao invés de pedras/cálculos. Os dedos são naturalmente transportados pelo homem e possuem importante invariância entre os seres humanos, ou seja, a quantidade dez. O uso de partes do corpo para medir a terra, como o passo, os pés, o palmo, o braço (jarda), o polegar (polegadas) e a presença de uma geometria das proporções e simetrias no corpo humano, que poderia ser uma rica fonte de construção de conhecimentos geométricos, não aparecem na sala de aula. A própria estruturação dos sistemas de numeração decimal (base dez, dez dedos, base sexagesimal, base sessenta, cinco grupos de 12 falanges, sendo 3 em cada dedo) é excluída do processo de compreensão de como se organizou o conhecimento ao longo da história da matemática nas diferentes civilizações.

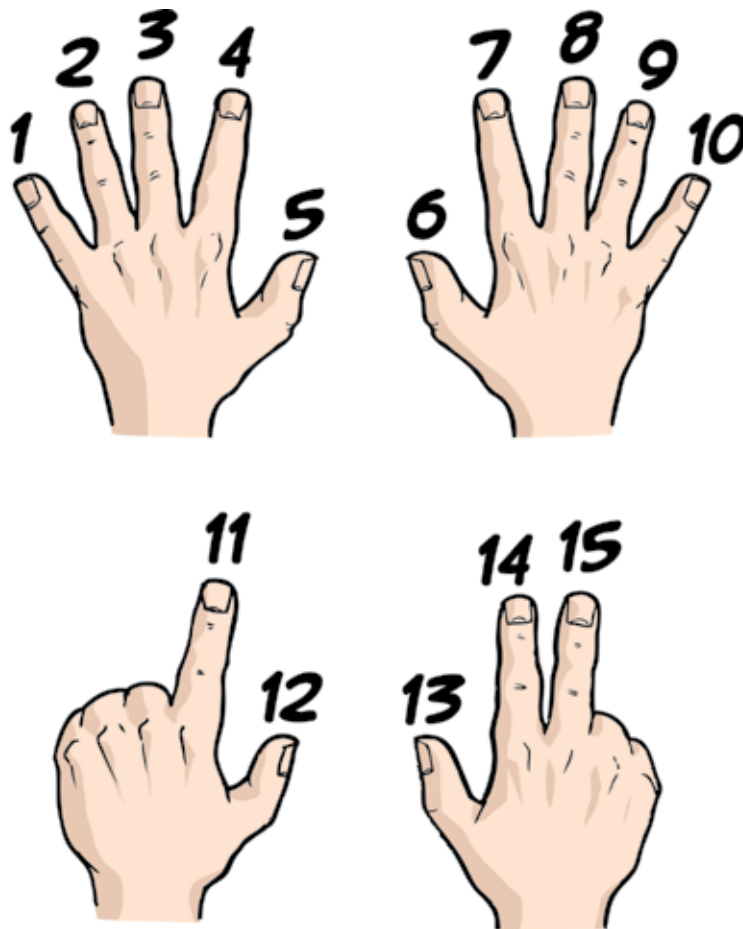
- Negação do uso do corpo como instrumento de cálculo, ou seja, a eliminação de uma poderosa máquina de cálculo. Anos a fio, nossas crianças são interdadas de descobrir nos dedos os procedimentos mais práticos de somar (sobretudo tendo que  $5+5 =$  duas mãos) e de multiplicar por 6, 7, 8 ou 9, ou mesmo por 19, 29, 39, 49, ou qualquer número menor que 100. Tais possibilidades permitiriam uma ressignificação do espaço do corpo na educação.

- Dicotomização entre o pensar e o agir materialmente com a ideologia de que, para desenvolver o pensamento matemático, é necessária a não ação física, pois na atividade matemática faz-se necessária a racionalização de energias, de concentração e esforço e, então, o uso do corpo é eliminado da prática pedagógica. Essa dicotomização está atrelada à idéia de que aquele que mexe o corpo não desenvolve a mente. É fundamental, na atual perspectiva de educação matemática, o resgate da visão holística de corpo, mente e espírito, onde a descoberta do potencial do corpo físico permitirá conquistas da mente, o vôo do espírito na crença de não haver limites a galgar, na eterna aventura de aprender.

Infelizmente não podemos nos alongar muito neste aspecto apaixonante do uso do corpo como a primeira base de construção do conhecimento matemático. Algumas leituras recomendadas para aqueles que querem melhor explorar esse aspecto da educação matemática são as obras de George Ifrah (1988) e uma diversidade de livros paradidáticos disponíveis no mercado. Vamos nesse momento exemplificar como o uso do corpo pode se constituir numa proposta concreta de prática pedagógica, favorecendo inclusive o despertar do gosto pela matemática.

1) Uso dos dedos para adição com números maiores que dez

Duas mãos calculando  $7 + 8$



$7 + 8 = 5 + 2$  (primeira dupla de mãos) +  $5 + 3$  (segunda dupla de mãos). Então, as duas primeiras mãos formam DEZ, com os  $2 + 3$ , temos o total 15. Assim, observamos duas crianças juntas, operando rapidamente com números maiores que 5. A visão de duas mãos como DEZ dedos leva o pensamento a centrar atenção nas quantidades que excedem o cinco. Numa segunda fase, a criança sozinha trabalha imaginando os dedos dos pés (não necessitando mais do colega), ou seja,  $7 = 5$  dedos do pé + 2 dedos da mão. Manipulando os dedos em contagens e operações, a criança acaba por internalizar as quantidades, suas estruturas, e passa a operar mentalmente “pensando nos dedos”, o que é o fundamento do processo de abstração na atividade matemática.

## 2) Multiplicação 9 X 8

**7 DEZENAS**



**2 UNIDADES**



**8º DEDO ABAIXADO**

Para a multiplicação por 9, com as mãos abertas, abaixa-se o dedo de acordo com o número por que estamos multiplicando o 9. Assim, para multiplicarmos o 9 por 8, abaixamos o 8º dedo. O número de dedos que está à esquerda do dedo abaixado corresponde ao número de dezenas, o número de dedos à direita, corresponde ao número de unidades. Assim, no caso de  $9 \times 8$ , temos 7 dedos à esquerda e 2 à direita e, portanto,  $70 + 2 = 72$ .

## 3) Multiplicação de 9 por 6, 7, 8 ou 9

**6 x 8**



**5 + 1**



**5 + 3**

$$1 + 3 = 4 \Rightarrow \textcircled{40}$$

(4 DEDOS EM PÉ)

$$4 \times 2 = \textcircled{8}$$

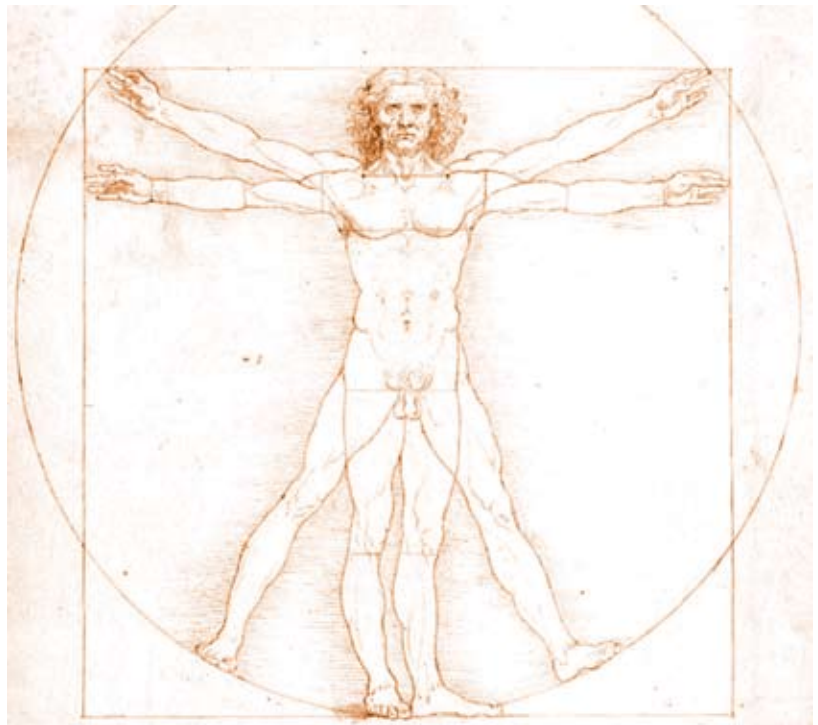
(DEDOS ABAIXADOS)

$$40 + 8 = 48$$

#### 4) Polegadas, palmos, pés e jardas



#### 5) Geometria no corpo



## **Espaços culturais como fonte de produção de situações-problema**

A nosso ver, ainda há necessidade do desenvolvimento de estudos que possam nos indicar a mútua implicação entre os conhecimentos matemáticos desenvolvidos na escola e aqueles realizados fora dela. Carecemos de pesquisas que considerem o conjunto de relações que favorecem a aprendizagem de matemática: a escola, a rua, as mídias, os esportes, as brincadeiras e jogos, o trabalho, a participação em atividades domésticas, etc.

Isso significa a necessidade de uma ampliação epistemológica da matemática ao momento que consideramos que sua aprendizagem não é encarcerada na escola, do mesmo modo que a aprendizagem depende da instituição escolar, ao menos se tratando dos conceitos científicos e procedimentos institucionalizados.

Se procurarmos na vida das crianças, fora da escola, os espaços onde a aprendizagem matemática é mais evidenciada, nós deveremos considerar o comércio, as brincadeiras e os jogos como realidade da vida infantil que favorecem a construção do conhecimento matemático. Falaremos inicialmente da aprendizagem da matemática no comércio, para então tratarmos das relações entre o brincar e a matemática.

Na história de nossa sociedade, há um momento onde as trocas diretas de produto por produto são substituídas pelas trocas mediatizadas por moedas, com o processo produto – valor, valor – moeda, moeda – valor, valor – produto. Com essa evolução do comércio no mundo, novas competências cognitivas exigidas foram desenvolvidas entre os cidadãos.

A introdução de idéias como o valor de cada produto, valor representado por uma quantidade numérica, o valor hora-trabalho, as noções de crédito-débito, a necessidade de registro de valores e, sobretudo, a necessidade de efetuar cálculos em operações comerciais, em muito transformaram os modos de vida. O “cálculo” passa a não ser mais competência de uma classe privilegiada, como no antigo Egito, mas transforma-se em uma necessidade presente no contexto de vida cotidiana, contexto que se solidifica com a expansão do capitalismo. Com a exploração e comércio entre as nações, passa a existir uma verdadeira troca de conhecimento entre os diversos sistemas de numeração e de medidas até então existentes sobre o globo, entre as estratégias de cálculo e as máquinas e formas de cálculo.

A exigência de uma abstração dos procedimentos de realização das operações aritméticas é imposta a partir do momento em que não se pensa mais em termos de trocas diretas mercadorias-mercadoria, pois a partir desse momento tudo possui um valor, que pode ser expresso por moedas, registrado sobre um pedaço de papel, comparado com outros, valor que será a base das relações interpessoais no contexto do comércio e, por vezes, fora dele. A leitura,

a decomposição, as operações aritméticas, os registros, os cálculos mentais, as comparações entre valores são agora elementos constituintes da vida prática e cotidiana do cidadão. Fazer matemática, desenvolver atividade matemática, é componente da formação do cidadão comum do mundo capitalista, no qual estamos mergulhados. Formar o cidadão é também, entre muitos outros objetivos, desenvolver essas habilidades ligadas à sua sobrevivência. A matematização é viva nas conversas nos mercados, nas esquinas e na mesa com a família; os processos operatórios são constatados nas negociações e nos “vaivéns” das moedas e papéis, numa matematização que extrapola os muros e o tempo de escola. Esse é um espaço importante de desenvolvimento e aprendizagem da matemática uma vez que o comércio influencia diretamente o seio da cultura.

Isso é verdade não somente para o mundo dos adultos, mas também da realidade infantil do mundo atual. O crescente convite ao consumo, o desejo de participação do mundo que inicialmente é destinado aos adultos, a posse de pequenos valores em moeda, a autonomia na realização de pequenas aquisições (de guloseimas, de pequenos jogos e brinquedos ou matérias-primas para confeccioná-los), a necessidade de administrar suas pequenas economias pessoais são fatores presentes na vida de nossas crianças e produzem a necessidade de abstração dos conceitos ligados a valores, de realização de operações aritméticas, sobretudo por meio do cálculo mental, da realização de estimativas, etc.

Se considerarmos determinados contextos sociais específicos, por exemplo o das crianças trabalhadoras, a necessidade de obter o dinheiro pelo seu próprio trabalho é também um elemento inegável que os encoraja ao processo de aprendizagem e construção do conhecimento matemático. Esse contexto foi estudado pelo grupo de pesquisa da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, de psicologia cognitiva (CARRAHER, 1990), que tinha como objeto de investigação as competências matemáticas de crianças trabalhadoras nas ruas de Recife. Os estudos desenvolvidos mostraram bem como o contexto do comércio provoca nessas crianças o desenvolvimento de competências para resolver problemas matemáticos concretamente contextualizados, competências que essas mesmas crianças não apresentam em contextos escolares. Esses pesquisadores demonstraram que os processos de resolução de situações-problema do contexto sociocultural têm uma forte importância para a constituição do ser matemático.

Um resultado importante nos estudos desenvolvidos por esse grupo é a análise dos elementos que podem indicar as origens da dicotomia existente entre as estruturas psicológicas canalizadas em tarefas matemáticas, no contexto cultural, em relação às estruturas catalisadas no contexto da aula de matemática, sob os olhares do professor e dos colegas de classe.

Um elemento pilar no distanciamento entre as situações-problema da vida e as situações escolares é a perda de sentido, de significado, de objetivo real do problema produzido e realizado

no contexto didático, o que não ocorre quando ele é mergulhado na situação de vida do aluno.

Estes estudos mostram que um problema não perde o sentido para a criança porque utilizamos uvas em lugar de pitombas, ou pitombas no lugar de uvas como frutas, por exemplo. O problema perde seu sentido porque a resolução do problema na escola possui objetivos diferentes daqueles que nos levam a resolver problemas fora da classe de matemática. Ele perde sentido também porque os cursos de matemática não estão preocupados com situações particulares, mas com regras gerais, que têm a tendência de evacuar o sentido das situações. Ele perde o sentido também porque o que o professor deseja não é o esforço de resolução por um aluno, mas a aplicação de uma fórmula, de um algoritmo, de uma operação pré-definida pelo capítulo no qual o problema se insere ou pela classe escola que a criança frequenta (CARRAHER; SCHLIEMMAN, 1990, p. 22).

Diremos que muitas das capacidades cognitivas demonstradas pela criança na situação do comércio e, portanto, no seu contexto cultural, podem não estar presentes em situações didáticas, mesmo que essas situações sejam parecidas com aquelas vivenciadas no contexto de vida. Assim, é importante retomarmos a noção de metacognição. O processo de incorporação dos conceitos científicos é influenciado pelas representações pessoais que o aluno possui de matemática, assim como essa incorporação é influenciada pelos conceitos cotidianos e pelos processos operatórios próprios e pessoais adquiridos no contexto de resolução de problemas da vida cultural.

Infelizmente, muitos dos professores não consideram essas questões em seus projetos pedagógicos em função, entre outros fatores, da formação inicial e continuada que não permitiu, até então, considerar tais aspectos. Quando o professor não tem ciência do conhecimento já produzido pela criança no contexto socio-cultural, ele não pode conceber um projeto que considere a real capacidade da criança matematizar. É necessário que educadores matemáticos conheçam minimamente a realidade de resolução de problemas pela criança, realidade que, segundo nossa concepção, é pré-requisito para se estabelecer na sala de aula a zona de desenvolvimento proximal (VYGOTSKY, 1991). Ou seja, a criação pelo professor da ZDP implica em um conhecimento mínimo dos “conhecimentos matemáticos culturais” já produzidos pela criança, assim como seu potencial em resolver novas situações em outros contextos e com a mediação promovida pelo professor.

## **Possibilidades e limites dos jogos para a aprendizagem da matemática**

A nosso ver, no caso da criança, o espaço mais importante de construção do conhecimento matemático no contexto não escolar ainda é o brincar. Nós consideramos aqui o brincar como

um elemento cultural que caracteriza universalmente a vida infantil. Nós devemos considerar que há uma identidade entre o brincar e a infância. Mesmo a criança trabalhadora brinca para manter viva sua infância.

Nós formulamos a tese de que nas brincadeiras as crianças são levadas a tratar de valores, de medidas, de números, de operações, do espaço e do tempo, da probabilidade e das possibilidades, das estratégias e táticas. Se existe uma atividade matemática no brincar, que não dispensa as aprendizagens escolares, analisando-a na vida cotidiana da criança, vemos nas brincadeiras uma trama dos conhecimentos espontâneos e científicos que é constituída a partir de elaborações e resoluções de situações-problema durante o brincar. Não se trata aqui de simplesmente utilizar o brincar como instrumento metodológico de identificação dessa trama matemática, mas trata-se, sim, de analisar o brincar como um dos espaços socioculturais que favorecem o cenário onde se desenvolve a trama entre o conhecimento cotidiano e o conhecimento escolar ligados à matemática.

Acreditamos que, durante o brincar, a criança encontra ocasiões de refletir sobre seus processos cognitivos, estabelecendo suas estratégias e táticas: ela se situa ao nível da “metacognição” ou do conhecimento “metacognitivo”, pois pode confrontar (o que numa situação nem sempre acontece), discutir e testar com os demais participantes seus procedimentos e seus resultados. No brincar, o problema matemático não é encarcerado em aplicações restritas de fórmulas impostas pela escola. Ao contrário, no jogo, a criança pode criar suas próprias situações-problema, impor situações aos demais participantes, discutir seus problemas e processos, validando-os no grupo, desenvolvendo uma atividade matemática que reflete a natureza da ação do espírito que está brincando.

Entretanto, as relações teóricas entre o brincar e a matemática podem ser realizadas de diferentes maneiras e mostram as diferentes possibilidades de conceber as ligações entre a atividade lúdica e a construção do conhecimento matemático. Alguns aspectos teóricos devem ser ressaltados quanto às possibilidades da aprendizagem matemática no brincar da criança.

É necessário que compreendamos que a lógica da criança no brincar não é sempre a lógica formal da matemática. A lógica da atividade matemática existente nas brincadeiras e nos jogos espontâneos não possui uma correspondência linear com os conceitos científicos e com os algoritmos aprendidos na escola. A atividade matemática em uma situação lúdica espontânea escapa ao controle das ciências e do professor, o garantidor do “respeito”, aos conceitos e teoremas matemáticos institucionalizados no contexto do ensino escolar.

Os conceitos e teoremas observados em atividades matemáticas desenvolvidas em jogos espontâneos (MUNIZ, 1999) podem ser considerados por vezes falsos em relação aos conhecimen-



tos científicos, mas são validados no jogo que é livre do controle do educador. Os conhecimentos aplicados no brincar são conceitos e teoremas validados no contexto lúdico pelas próprias crianças, validados por uma cultura lúdica, a qual, por vezes, pode não coexistir com os conhecimentos matemáticos tratados pela escola. Se, nessa cultura lúdica, encontramos elementos matemáticos participantes da constituição do brincar ou jogar, nós não encontramos sempre nas ações da criança que brinca a preocupação de respeitar as lógicas internas e próprias dos conhecimentos científicos da matemática para a realização da atividade lúdica.

Observamos uma supremacia da cultura lúdica sobre a cultura matemática no momento do desenvolvimento do jogo espontâneo livre de controles exteriores. Isso se verifica quando as crianças mostram um conhecimento matemático suficiente para fazer respeitar os teoremas e os axiomas na realização da atividade matemática.

A atividade matemática realizada no brincar é validada por um sistema de regras produzido pelas próprias crianças. Na brincadeira espontânea, pudemos analisar a atividade matemática nos jogos culturais (MUNIZ, 1999) e observar que a atividade infantil possui representações sociais da matemática, sejam impregnadas na estrutura lúdica proposta pelo adulto (e, portanto, tradutoras de uma representação social da matemática do adulto), sejam impregnadas no espírito da criança (e, portanto, tradutoras de uma representação da matemática proveniente de outros contextos que não do lúdico necessariamente). Isso significa que, independente de ser criança ou adulto, o indivíduo transfere para a atividade lúdica o conjunto de representações sociais acerca da matemática, sobretudo seu valor sociocultural, suas formas de aprendizagem, seu poder criativo, etc. No brincar poderemos reforçar tais representações socialmente construídas, ou utilizar do brincar para interferir em tais representações.

Os resultados de nossas pesquisas (MUNIZ, 1999) nos levam a conceber o brincar como um mediador do conhecimento e de representações sociais da matemática. Diante disso, acreditamos que deve ser objeto de estudo e de interesse de todos os educadores matemáticos e daqueles que querem ensinar matemática, tendo o contexto sociocultural como fonte primeira de produção do conhecimento do aluno.

Outro aspecto a destacar é o fato de que a aprendizagem matemática é fundada sobre o processo de resolução de problemas. Como nós observamos nas brincadeiras espontâneas, os sujeitos mudam a estrutura lúdica, pois trata-se de jogo e, assim, os sujeitos podem desenvolver a atividade lúdica eliminando da mesma as situações que constituem os verdadeiros desafios cognitivos, as situações-problema (e que favorecem a aprendizagem matemática). Nós constatamos muitas vezes a criança eliminando do jogo certas estruturas ligadas a determinados conteúdos matemáticos (sobretudo quando envolvem divisão, frações ou porcentagens) e,

assim, os sujeitos descartam as situações de desafio. As situações matemáticas não favorecem as aprendizagens se o sujeito elimina ou refuga os desafios em função da natureza e do conteúdo matemático que a atividade lúdica mobiliza.

A simples presença de estruturas matemáticas no brincar não garante a realização de certas atividades matemáticas e, mais, a presença de certa atividade matemática no brincar não é garantia da existência de aprendizagem. Podemos constatar que a garantia da aprendizagem matemática no brincar está ligada à participação das regras matemáticas nas regras do brincar.

A eliminação das estruturas matemáticas do jogo ou brincadeira é uma prova da presença da representação social da matemática na criança, idéia que a influencia fortemente na estruturação do jogo. Essa representação é ligada à representação que a criança possui sobre sua própria capacidade em desenvolver a atividade matemática suscitada pela atividade lúdica. As expectativas das crianças sobre suas competências e habilidades na realização de determinada atividade matemática as levam a mudar a brincadeira ou o jogo, uma mudança teoricamente autorizada pela noção de brincadeira como atividade livre e pela cultura lúdica presente no grupo de crianças que brincam.



As mudanças na estrutura lúdica não eliminam a atividade matemática, mas alteram a sua natureza, de forma que as atividades matemáticas tomam novas formas. Portanto, a atividade matemática está sempre ricamente presente no jogo realizado pela criança. É necessário aceitar a idéia que por vezes a atividade matemática realizada está muito distante daquela desejada pelo educador, que não conhece bem as reais capacidades das crianças em realizar de maneira autônoma e criativa suas estratégias cognitivas, estratégias de ações que podem ficar exteriores ao mundo do ensino escolar da matemática.

Os estudos sobre as relações entre jogos e aprendizagem matemática têm apontado para o grande potencial educativo das atividades lúdicas, nas quais as crianças podem agir de maneira mais autônoma e confrontar diferentes representações acerca do conhecimento matemático.

Esses estudos apontam também para a complexidade entre a atividade espontânea, a aprendizagem matemática e a necessidade de um controle pelo educador que deseja garantir certas aprendizagens ao longo do desenvolvimento da atividade lúdica. Retomamos então a questão da mediação operada pelo professor que visa a determinadas aprendizagens matemáticas.

Assim, resta-nos saber se podemos, a fim de termos aprendizagem na atividade matemática, conceber uma coexistência entre a espontaneidade lúdica da criança e o controle do adulto/educador.

Vejamos, então, as seis grandes categorias possíveis de conceber a mediação do educador no jogo da criança, educador esse que tem por objetivo a realização de determinadas aprendizagens, possíveis a partir da estrutura lúdica.

1) Quando há transferência do jogo espontâneo para a situação escolar. O professor permite que, durante a aula de matemática, as crianças realizem “espontaneamente” o jogo sem a sua intervenção, ficando apenas como observador não participante. O jogo espontâneo favorece trocas de saberes entre as crianças. O professor pode observar na atividade a matemática desenvolvida durante o jogo, os conhecimentos, saberes, representações sociais, e o discurso argumentativo das crianças, entre outros fatores. A garantia da presença da cultura lúdica na brincadeira pode afastar certas atividades matemáticas desejáveis pelo professor. No jogo espontâneo, os erros matemáticos não são forçosamente submetidos a um controle por parte do grupo. A atividade matemática é revelada na ação física sobre a estrutura lúdica da atividade. Observando a criança agir sobre os elementos da atividade lúdica poderemos descobrir muito sobre o conhecimento matemático que ela possui e, mais, sobre o seu potencial de aprender matemática.



2) Realização de um debate sobre o jogo espontâneo após a realização da atividade lúdica. O professor anima um debate sobre as ações realizadas durante o jogo espontâneo. O jogo em debate pode ter sido realizado na aula de matemática ou fora dela. O professor aparece aí como animador do debate sobre o jogo, depois que ele tenha sido concluído. O debate pode gerar atividade matemática fundada no processo de justificação, argumentação e prova. A atividade matemática aparece como atividade eminentemente oral e argumentativa, em nível de metacomunicação e metacognição, ou seja, fundada sobre uma reflexão a respeito do “falar sobre as falas” e o “pensar sobre o pensamento” presentes no jogo. Esse debate possibilita uma tomada de consciência pelas crianças da atividade matemática realizada durante o jogo, atividade que nem sempre é evidenciada. As argumentações e justificativas realizadas no debate podem não ter ligação direta com a atividade matemática realizada no jogo espontâneo, pois é o professor quem anima o debate e as crianças podem assumir em seu discurso a necessidade de dizer aquilo que elas acham que o professor gostaria de ouvir. Portanto, a atividade matemática realizada no debate pode ser de natureza e de *status* diferente da realizada no jogo, em função da necessidade de agradar ao professor que anima o debate.

3) Transferência do jogo espontâneo para uma situação escolar onde o aluno deve responder às questões colocadas pelo professor ao longo da atividade. O professor “permite” a realização do jogo na aula, mas ele intervém por meio de questionamentos sobre as ações realizadas pelas crianças, colocando-se como observador participante. Durante o jogo, o professor propõe questões, exigindo explicações e argumentações das ações realizadas. Essas questões podem produzir uma reflexão sobre os processos operatórios utilizados pela criança, reflexões essas que não estão normalmente presentes no jogo espontâneo. Por meio do questionamento mais livre, fundado na própria atividade lúdica, o professor pode estabelecer uma aproximação mais informal com as crianças e identificar os esquemas de pensamento e conceitos presentes na atividade matemática produzida no jogo. Entretanto, o questionamento durante o jogo pode ser interpretado pelas crianças como um tipo de controle: “o professor não está satisfeito com isso que estamos fazendo, ele quer algo mais ou coisa diferente”. Assim, as crianças podem mudar as suas ações em função dos questionamentos do professor. A atividade matemática realizada com um observador participante muda em relação ao jogo onde não há a intervenção do adulto.

4) A transferência do jogo espontâneo para a sala de aula ou outro espaço escolar onde o professor é um dos jogadores. O professor “permite” a realização do jogo e ele se situa como jogador no meio do grupo de crianças. Ele pode participar, enquanto jogador, na constituição e na evolução da atividade lúdica, especificamente, na estruturação das regras. O professor é, portanto, um jogador, e não mais apenas observador. O professor nessa posição pode estabelecer uma relação mais “horizontal” com as crianças e participar de maneira menos formal, podendo propor regras e pro-

vocar alterações na estrutura lúdica ao longo do jogo. O professor será mais livre para realizar questionamentos sobre a validação dos processos utilizados durante o jogo para resolver as situações-problema. Porém, as crianças podem não ver o professor como um simples jogador e podem, então, apresentar uma tendência a aceitar preferencialmente suas posições, críticas e sugestões.



5) O professor adapta o jogo, jogo esse que inicialmente era espontâneo e presente na cultura lúdica infantil. A adaptação é realizada segundo objetivos educacionais, buscando garantir certas atividades matemáticas na atividade lúdica: o que importa é a aprendizagem. A atividade é realizada livremente, sem intervenção do professor, que continua como observador (participante ou não): o professor propõe o jogo que a criança conhece apenas parcialmente, em função das alterações operadas por ele, que é o prescritor do jogo. Entretanto, ele não intervém durante o desenvolvimento da atividade lúdica, que pode ser mudada pelas crianças ao longo de sua realização, podendo ser consultado pelas crianças, segundo suas necessidades e interesses, ou mudar a estrutura do jogo, a fim de garantir a realização de determinadas atividades matemáticas, de acordo com os objetivos educacionais. As crianças são livres para jogar a partir de uma estrutura lúdica que foi previamente alterada pelo professor. Entretanto, a atividade, que era um jogo, uma brincadeira no contexto não escolar, pode vir a se constituir em material pedagógico. As crianças brincam com esse jogo somente em situações escolares e quando proposto pelo professor. Não observamos as crianças jogarem esse jogo recriado pelo professor fora da situação escolar, como acontece com o dominó das tabuadas.

6) O professor cria um jogo que é totalmente novo, e oferece às crianças, em função de um ou mais objetivos educativos. O professor intervém durante o jogo para garantir o respeito às regras, que são forçosamente por ele estabelecidas e que devem ser respeitadas. É o caso do "nunca dez" realizado com a amarração dos canudinhos em montes de dez. As crianças têm obrigação de aprender o jogo proposto, pois ele implica aprendizagens obrigatórias. O professor, nesse caso, é criador, prescritor e controlador da atividade lúdica, como propõe Kamii (1984). É o professor quem conhece as

regras, que são, quase sempre, matemáticas, e quem faz com que as crianças as aprendam e as respeitem. Ele tenta estabelecer uma identidade entre as regras matemáticas e as regras do jogo, de maneira tal que a criança realize obrigatoriamente uma certa atividade matemática no momento de desenvolver o jogo criado pelo professor. Trata-se, nesse caso, muito mais de uma atividade didática cuja realização se dá a partir de um material pedagógico onde as regras são impostas para garantir a realização de certas atividades matemáticas. O termo “jogo” ou “brincadeira” é aqui empregado sobretudo para lançar as crianças à realização de certas atividades matemáticas, por meio do material pedagógico proposto pelo mestre, atividade que não seria realizada sem a mediação do professor ou fora da escola.

Neste momento, uma hipótese fundamental deve ser colocada: na transferência do jogo para o contexto escolar haveria uma ruptura com os princípios fundamentais da atividade lúdica: a espontaneidade, a improdutividade, a liberdade? Se existe atividade matemática nos jogos realizados pelas crianças e se estes são valorizados pelos educadores, essa atividade, que pode ser importante no processo de aprendizagem da matemática, pode ser uma justificativa razoável para que o professor queira utilizar o jogo como ferramenta pedagógica? A utilização dos jogos nas aulas de matemática introduziria conhecimentos culturais portados pelas crianças na construção do conhecimento escolar de matemática.

Mas fica uma questão fundamental que é a de saber como garantir a presença do “jogo espontâneo” na situação escolar: como podemos conceber uma transferência da atividade matemática dos jogos espontâneos para a sala de aula?

A natureza dessa introdução é ligada, também, à noção de brincar presente no professor, o qual pode, por meio dessa transferência, impor uma lógica de adulto nos processos de pensamento, ao invés de valorizar a lógica própria da criança, presente durante o desenvolvimento da atividade lúdica. É necessário considerar, antes de mais nada, que a intervenção do adulto no jogo espontâneo da criança, a fim de favorecer certas aprendizagens matemáticas, pode comprometer a qualidade da experiência lúdica em favor do objetivo educacional. Nesse caso, é necessário nos questionarmos melhor sobre o valor da transferência dos jogos espontâneos das crianças para a sala de aula. Tal questionamento nos remete novamente à discussão do papel e da competência do professor como mediador do conhecimento matemático.

Assim, a utilização de jogos e brincadeiras na aula deve ser seguida de debate entre os profissionais envolvidos no projeto pedagógico, buscando compreender os verdadeiros potenciais e limites dessa ferramenta cultural para a aprendizagem escolar de matemática.

## Educação matemática e as novas tecnologias

Pensar as novas tecnologias no ensino de matemática implica necessariamente repensar os significados da aprendizagem dessa área de conhecimento. Já se foi a época em que o uso de tecnologias na matemática era reduzido ao quadro, ao giz e ao livro didático. Observamos hoje a utilização de materiais didático-pedagógicos (*cuissinaire*, material dourado, etc), de objetos culturais (embalagens, cédulas e moedas, etc), de instrumentos de medidas (relógios, balanças, termômetros, etc), de construção geométrica (compassos, transferidores, esquadros, etc), de jogos e brinquedos, de calculadoras mecânicas (ábacos ou *soroban*) e eletrônicas, da informática (o que implica *softwares* educativos voltados à aprendizagem da matemática como o LOGO, o CABRI, o MATLAB, o GEOMETRIX, entre outros), mas com grande ênfase na geometria, ou de *softwares* onde a matemática é a própria ferramenta, como o EXCEL ou o COREL DRAW. Outra possibilidade de novas tecnologias é a introdução do áudio-vídeo na sala de aula, seja na reprodução de produtos que veiculam o conhecimento e a aprendizagem da matemática, como é o caso dos programas de telecursos, TV-Escola e outros que, a princípio, são produzidos e veiculados para a “educação a distância”, o que não descarta seu uso em sala de aula em estruturas de ensino que não sejam a distância.

### Material impresso

A utilização de material impresso para a aprendizagem matemática tem ganhado novas dimensões nos últimos anos, onde o professor não vê o livro didático como fonte única de conhecimento matemático escrito. Os jornais, as revistas, os encartes, os rótulos, e ainda os livros que não são editados pensando na aprendizagem matemática, têm contribuído para mudanças na configuração didática de muitas salas de aula. Ver conhecimento matemático fora do livro didático é um exercício salutar que, obrigatoriamente, enriquece o professor como pessoa, assim como profissional, abrindo novas perspectivas para o planejamento e prática didática. A utilização de material impresso requer duas habilidades fundamentais: a disposição para o trabalho de pesquisa de material ricamente disponível e a sensibilidade em incentivar os alunos na busca desses recursos, como estar atento ao material trazido de forma espontânea pelos alunos. Esses materiais podem constituir rica fonte de atividade matemática, transportando situações significativas do conhecimento matemático, permitindo uma articulação entre o conhecimento escolar e o conhecimento matemático culturalmente situado. O professor deve tentar capacitar-se, através da prática com seus alunos, explorar esses materiais fartamente disponíveis e que podem gerar interessantes situações-problema. Outra possibilidade concreta de exploração de atividade matemática são os livros de literatura ou os ditos paradidáticos, que foram editados com esse objetivo específico, levando a criança a conhecer a história da matemática e de matemáticos e que trazem atividades ligadas à lógica, além de

curiosidades matemáticas. Tais obras devem, pelo menos, estar disponíveis na biblioteca da escola. São obras de fácil acesso junto às editoras.

### **Materiais didático-pedagógicos**






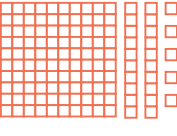
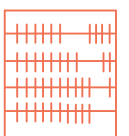
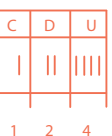
Grande parte das nossas escolas possui materiais como o material dourado, semi-simbólico, multibases, caixa de frações, etc. Entretanto, ou eles estão sob a guarda da direção da escola, sem que os alunos e os professores tenham acesso ou, então, a acessibilidade existe, mas o professor não sabe como lançar mão de tais recursos para realizar, a partir deles, a mediação do conhecimento matemático. São materiais produzidos e propostos desde o início do século, mas que permanecem sendo um mistério para o professor que nunca foi capacitado à sua utilização na prática pedagógica.

Considerando a inegável importância da manipulação do material concreto, em conformidade com Piaget (1947), faz-se necessário destacar que tal importância não deve ser atrelada à possibilidade de o professor lançar mão do material para impor sua estrutura lógica e seus conceitos, negando assim a participação efetiva da criança na produção e na consolidação do conhecimento. Devemos nos atentar para que o uso do material concreto não sirva de camisa de força na produção de procedimentos operatórios únicos, onde só é respeitada a forma de pensar do professor, que se utiliza do material para impor, via ditadura, sua forma de ver o mundo. O material deve se constituir na real possibilidade de desenvolvimento de um pensamento divergente, divergência que constitui a riqueza mais preciosa do conhecimento matemático. (Existe um universo bem grande de materiais disponíveis ao professor ou facilmente produzidos, como poderemos ver nos fascículos da prof<sup>a</sup> Nilza Bertoni, neste curso). A utilização ou não de materiais e a forma como eles são operacionalizados traduzem a postura do professor diante da educação matemática. Tal riqueza é aqui exemplificada pelo quadro seguinte, que demonstra a variabilidade e diferentes formas de concepção dos materiais utilizados na construção do Sistema de Numeração Decimal. São materiais livres, sem estruturas prévias, onde a criança impõe a estrutura matemática ao material, que varia do uso do corpo aos canudos e palitos. Já os materiais semi-estruturados apresentam uma estrutura pré-definida, mas que não é colocada de forma absoluta, podendo haver variações de acordo com as relações de quantidade no material. Quanto aos materiais estruturados, eles se dividem entre concretos e simbólicos. Os materiais estruturados concretos possuem uma estrutura pré-definida, fundada nas regras matemáticas, como o material dourado montessoriano. Entretanto, as relações de quantidade são concretamente perceptíveis na estrutura material e, manipulando-os, com a mediação do professor, o aluno vai, gradativamente, apreendendo essas regras matemáticas que são as ligadas à estrutura da numeração decimal. Quanto aos materiais estruturados simbólicos, além de serem constituídos a partir de regras matemáticas que não são concretamente reveladas na estrutura física do material, realização de atividade matemática nesses materiais, como o ábaco



ou *soroban*, implica que a criança já possui uma abstração do conhecimento matemático. Portanto, é o aluno que age sobre o material e empresta o conhecimento matemático a ele, conhecimento esse previamente adquirido. Vejamos como podemos organizar tais idéias, indicando uma hierarquia:

### Objetos culturais

CONCRETO		ESTUTURADO		SIMBÓLICO ESTUTURADO	
LIVRE		SEMI-ESTUTURADO	ESTUTURADO	ÁBACO	QVL
<b>CORPORAL</b> As mãos e os pés  10 dedos + 10 dedos	<b>Palitos</b>  1 3	<b>Material de fração</b> 1  $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$  $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{4}$  $\frac{4}{8}$	<b>Doutorado Montessoriano</b>  1 2 5	<b>ÁBACO</b>  124	<b>QVL</b>  1 2 4
		VERBALIZAÇÃO + REGISTRO			

Aqui retomamos a nossa discussão da seção 1, onde tratamos de melhor entender o papel do professor como mediador do conhecimento matemático, na perspectiva do triângulo didático aluno–professor–conhecimento. É importante compreendermos que a mediação do conhecimento matemático não se realiza no vazio, mas, ao contrário, o educador lança mão de objetos pertencentes à sua cultura para constituir a mediação, seja simplesmente transpondo os objetos culturais, seja transformando-os ou, ainda, criando similares; é no contexto sociocultural que o professor busca as ferramentas para realizar a mediação. O ambiente de aprendizagem matemática não deve, portanto, prescindir de embalagens, revistas e jornais, cédulas reproduzidas, máquinas de cálculo, calendários, objetos e instrumentos de medições, figuras planas e espaciais, mapas e croquis, materiais de contagem, etc. É importante para o aluno que ele participe da construção, organização, manutenção e equipagem desse ambiente. Toda sala de aula de matemática deve constituir-se em ambiente de rica exploração de atividades concretas e significativas, não devendo o professor ficar restrito ao livro didático, ou limitado à concepção de um planejamento estático e imutável.

### Instrumentos de medidas

Na mesma direção das idéias do item anterior, não podemos mais conceber a idéia de um ambiente de aprendizagem de matemática onde não estejam presentes as fitas métricas, balanças, recipientes graduados, calendários e relógios das mais variadas formas. É na construção, manuseio e utilização desses instrumentos e de outros de construção geométrica, como a régua, compasso, esquadros e transferidores que poderemos dar um novo sentido à construção de conceitos através do uso de instrumentos, há muito buscada pelos educadores matemáticos. A livre exploração, a tentativa de uso, de reprodução, a busca de conhecimento de instrumen-

tos presentes na nossa cultura levarão nossas crianças à realização de experiências importantes no campo das medidas e da geometria, que possibilitarão a formação de conceitos e procedimentos importantes para toda a sua vida escolar.

### **Instrumentos de construção geométrica**

É o momento de recuperação do espaço dos instrumentos de construção geométrica nas escolas: a régua, o compasso, os esquadros e o transferidor devem fazer parte do cotidiano pedagógico de nossas crianças o mais cedo possível. Devemos saber que tais instrumentos, antes de serem materiais pedagógicos, são instrumentos culturais utilizados pelo agricultor, projetista, construtor, agrimensor, engenheiro, arquiteto, etc. Garantir a presença desses objetos culturais na sala de aula, com ampla e irrestrita utilização pelos alunos, é uma forma inegável de dar acesso ao conhecimento matemático cultural. Saber explorar de forma apropriada e conveniente tais instrumentos é possível no momento em que o professor não se intimide em procurar outros profissionais, solicitando ajuda no sentido de conhecer as funções e possibilidades dos instrumentos, assim como melhor planejar as formas mais ricas de exploração convenientes nas atividades geométricas com os alunos.

Todo professor que teve oportunidade de explorar tais recursos nas aulas testemunhou a alegria e o prazer das crianças na manipulação desses instrumentos para realizarem seus próprios projetos, imaginando-se pequenos arquitetos, engenheiros, construtores, e essas experiências muito influenciarão na vida escolar futura de nossos alunos. Hoje, tais instrumentos estão incorporados em *softwares* educativos de fácil acesso, dando a oportunidade de uma interação da construção geométrica em ambientes virtuais. Esses programas têm sido objeto de várias pesquisas nas áreas da educação matemática e psicologia cognitiva.

### **Jogos e brinquedos**

Esse aspecto da didática já foi amplamente explorado anteriormente, mas sempre ficam dimensões a serem tratadas. Aqui buscaremos, além de reforçar a idéia de que os jogos e brincadeiras podem ser ferramentas para a mediação do conhecimento matemático, lembrar que nas estruturas lúdicas encontramos instrumentos ligados diretamente à atividade matemática, a partir dos quais os jogos são constituídos. São os dados, as roletas, as cartas, as trajetórias sobre os tabuleiros, os pontos ganhos e perdidos, as casas ou territórios a conquistar, as estratégias e táticas desenvolvidas ao longo do jogo, as situações-problema criadas e recriadas pelos adversários implacáveis, que devemos vencer a qualquer custo. Portanto, esses elementos presentes na cultura lúdica de nossas crianças possibilitam o desenvolvimento de atividades matemáticas que favorecem o estabelecimento e mobilização de esquemas de pensamento importantes para o desenvolvimento da capacidade da criança em desenvolver atividade matemática. São elementos ludo-

matemáticos que não devem ser desprezados pelos professores e que têm como objetivo a promoção da educação matemática de nossas crianças.

### **Calculadoras mecânicas (ábaco ou *soroban*)**

No quadro panorâmico dos materiais de aprendizagem e ensino para a construção do sistema de numeração decimal, aparece o ábaco como uma proposta na categoria de instrumento simbólico, ou seja, apesar de sua estrutura física concreta, os números tomam sentido a partir da estrutura simbólica calcada no valor posicional. Agir sobre tal calculadora mecânica implica, antes de mais nada, já possuir competências que mobilizam conhecimentos ligados à estrutura do número. Assim sendo, fica difícil conceber a utilização de tais instrumentos antes da aquisição de certas competências numéricas pelos alunos.

O ábaco possibilita registrar quantidades, comparar, adicionar ou subtrair números, ter acesso a números de ordem de grandeza superior, seja dos milhões ou bilhões, numa manipulação material de grandes quantidades numéricas, dando oportunidade ímpar para a generalização de propriedades e estruturas já adquiridas com pequenas quantidades numéricas trabalhadas com os dedos, com os palitos ou no material dourado. A presença desse tipo de material deve ser obrigatória na 3ª e 4ª séries e toma sentido quando o professor desenvolve a capacidade de manuseá-los. Trata-se da introdução de um objeto cultural historicamente utilizado para computar quantidades e operar sobre elas. Assim é que na cultura oriental os *sorobans* são ferramentas essenciais para a realização dos cálculos.

A transformação pedagógica operada sobre o *soroban* (que trabalha na base 5) justifica-se em função da intenção da aquisição das estruturas numéricas decimais. Assim, o ábaco presente nas escolas tem base dez e, nele, cada nível consta de 10 contas. Quanto maior é o número de níveis de contas, maior é a capacidade de cálculo do ábaco. Fundamentalmente, dois são os tipos de ábacos disponíveis: o horizontal e o vertical.

No ábaco horizontal, cada nível possui dez contas e devemos fazer a troca de dez contas por uma conta do nível superior, troca realizada através de um simples movimento onde vão dez para um lado e vem uma para o outro mas em sentido inverso e no nível superior. Já no ábaco vertical, a troca se faz efetivamente retirando dez contas de uma haste e introduzindo uma conta na haste seguinte, ficando assim realizada a troca de dez por um. Apesar de o processo ser mais moroso no ábaco vertical, fica mais nítida a correspondência dez para um, que é a base de nosso sistema decimal. A partir do ábaco vertical, temos uma estrutura bem próxima do material simbólico bem conhecido dos professores, chamado de QVL – quadro de valor e lugar, onde o valor da conta depende da posição que ocupa dentro do quadro.

Consideramos, portanto, que o QVL está no mesmo nível das calculadoras mecânicas, devendo ser utilizado apenas nesse nível, como síntese das estruturas do número na base decimal. A

CENtena	DEZena	UNIdade
		
2	3	1

utilização precoce do QVL é, no mínimo, inadequada. A utilização do corpo, materiais livres, materiais estruturados concretos tem que, obrigatoriamente, antecipar a mediação via calculadoras mecânicas.

### Calculadoras eletrônicas

Muita discussão existe hoje sobre a validade da utilização das calculadoras eletrônicas nas salas de aula das séries iniciais. Presenciamos com frequência o discurso de que a criança que se habitua a utilizar calculadoras eletrônicas não desenvolverá no futuro competência para o cálculo. Se a realidade sociocultural aponta para o acesso amplo e irrestrito a tais ferramentas, cabe aos educadores uma discussão mais profunda sobre seu espaço pedagógico, não admitindo que a escola fique, também, nessa perspectiva alienada da realidade das novas tecnologias. As discussões e os embates sobre tais aspectos têm sido deveras equivocados, tendo em vista que se torna inapropriada a utilização da calculadora na resolução de situações voltadas para a aquisição de habilidades operatórias. Entretanto, outras atividades mais amplas merecem lançar mão de recursos que permitam que a criança fique mais disponível para a realização de tarefas mentais que favoreçam mais aprendizagens do que a atividade matemática de simples realização de cálculos aritméticos. É assim um equívoco introduzir no espaço pedagógico novos recursos como as calculadoras, sem que as situações didáticas sofram mudanças de forma e sentido. Não somos de acordo com a utilização da calculadora na resolução de problemas aritméticos simples, cujas quantidades numéricas sejam de pequena ordem de grandeza. Contudo, calcular a população total das Américas, ou as distâncias de um passeio intergaláctico, ou a superfície de terras produtivas do Nordeste seriam atividades interessantes, onde o uso das calculadoras seria salutar. Ou mesmo pedir que os alunos descubram o resto da divisão de 320 por 17, utilizando a calculadora, e somente a calculadora. Uma situação dessa natureza levará o aluno a mobilizar esquemas e conceitos que não seriam mobilizados se tal tarefa matemática fosse resolvida com lápis e papel.

Em síntese, pensar na introdução de calculadoras eletrônicas implica um repensar das situações matemáticas que devemos trabalhar com nossos alunos, situações novas que seriam, no mínimo, mais inteligentes, criativas, desafiadoras e estariam mais próximas dos interesses dos alunos, da realidade sociocultural, e se-

riam mais, muito mais desafiantes e motivantes.

## **Informática educativa e educação matemática**

A relação entre educação matemática e informática educativa tem merecido atenção especial de nossa parte. O advento da expansão do uso do computador tem trazido novas possibilidades de concebê-lo na mediação do ensino da matemática.

O primeiro momento de introdução do computador na escola foi através do ensino de programação, cujo objetivo era formar profissionais capazes de lidar com a linguagem da máquina, a partir de habilidades que exigiam forte dose de lógica e linguagem matemática. Foi a época em que se ensinava nas escolas *Basic, Lotus, Fortran, Cobol*, etc.

Num segundo momento, onde a visão de formação para a informática foi gradativamente sendo substituída pela perspectiva de uma educação pela informática, tivemos uma forte influência, sobretudo no Brasil, das propostas desenvolvidas por Seymour Papert (1988), sobretudo das baseadas na linguagem *LOGO*, mais conhecida como a geometria da tartaruga. Trata-se de um programa voltado para a confecção de desenhos-projetos, onde o aluno tem que “ensinar” a tartaruga (que caminha com um lápis) a realizar figuras geométricas. O fundamento da proposta é que o ato de ensinar a tartaruga exige do aluno pensar sobre o significado de realizar um quadrado, um círculo, etc. Assim, trata-se de uma proposta que lança o aluno em um trabalho em nível da metacognição, pois, ao querer “ensinar”, ele se vê forçado a pensar sobre seu conhecimento, tornando-se consciente do seu próprio processo de aprendizagem.

Em função dessas características bem próximas aos objetivos da educação matemática, assistimos na década de 80 a uma rápida expansão do *LOGO* junto às escolas que estavam implantando a informática educativa, sobretudo num momento de investimento na retomada do ensino da geometria no currículo, inclusive os cursos de especialização na área de informática educativa, como foi o caso da UNICAMP, que apoiava seu programa na *LOGO* e na filosofia de Papert (1988).

Nos anos 90, com a introdução do ambiente *Windows*, vimos um certo recuo na expansão do *LOGO*, o que não significa a ausência de um alto valor educativo do programa para a educação matemática. Mas trabalhar com o *LOGO* exige uma formação do professor, especialmente do professor de matemática, e novas posturas em termos de currículo, que nem sempre são muito fáceis de implementar.

Com a oferta crescente de *softwares* e de jogos que rodam na base *Windows*, cujas propostas não exigem grandes investimentos na formação do professor e no repensar do currículo, o *LOGO* está cada vez mais ausente da escola, o que para nós é motivo

de tristeza. Os produtos oferecidos à escola, contrariamente à filosofia de Papert, são propostas que estão longe de serem consideradas como construtivistas: trata-se, em sua grande maioria, de programas de reforço de comportamento, onde o aluno é punido ou premiado pelo programa conforme sua capacidade de realizar ou não as tarefas propostas. Tais propostas, além de camuflar as mazelas do ensino tradicional da matemática, vêm reforçar aspectos que desejamos desde os anos 70 eliminar do ensino da matemática.

Em contrapartida, temos, no final dos anos 90, a chegada de *softwares* interativos, programas voltados também para o ensino de geometria, como é o caso do *CABRI Géométrie* e do *Geometrix*. Entretanto, falta ainda um investimento na formação dos professores para capacitá-los a trabalhar com essas ferramentas poderosíssimas, e a aquisição dos programas ainda é privilégio de poucas escolas particulares.

Na introdução da informática na educação matemática é importante analisar até que ponto certo programa vem ao encontro dos objetivos da educação matemática, se contribui para a implementação dos novos paradigmas, ou se sua introdução serve simplesmente para camuflar os problemas do ensino de matemática, permitindo que a escola se esquive de enfrentar os desafios que as mudanças no ensino de matemática impõem.

### **Áudio-vídeo**

A presença do vídeo na sala de aula de matemática pode ser uma importante ferramenta de transposição didática, ou seja, um veículo de transporte para a sala de aula de contextos reais, onde a atividade está vivamente presente. Situações da indústria, da agricultura, da astronáutica, entre muitas outras inacessíveis para a turma de alunos, podem estar presentes na aula de matemática, quando são previamente editadas e reproduzidas durante as aulas. Isso não significa em absoluto a eliminação de trabalho de campo pelos alunos, tais como a realização de excursões, investigações e outros.

Outra possibilidade é a produção de vídeo pelos próprios alunos, em torno de temas onde a matemática seja destaque, como pesquisas no campo, no comércio, no lar, em ateliês de artesãos, etc.

Alguns programas interessantes estão disponíveis à escola, como programas da TV Escola, Telecurso, ou o desenho do Pato Donald no país da matemática, ou o vídeo *Matemática Lúdica* (1993), editado pelo Centro de Produção Cultural e Educativa da Universidade de Brasília-UnB. Neles, os alunos podem refletir sobre uma matemática que extrapola os muros da escola.

## A história da matemática no ensino da matemática

Pensar a história da matemática nos nossos trabalhos não significa, em absoluto simplesmente introduzir tópicos da história da matemática dos egípcios, dos gregos, chineses ou maias como conteúdo curricular a ser cobrado formalmente como objetivo educacional. Não podemos concordar com o professor que ensina e cobra das crianças a escrita de quantidades numéricas em sistema de numeração egípcia ou chinesa. Além de muito pouco contribuir com a construção do conhecimento, tais aprendizagens podem vir a se constituir em verdadeiros e novos obstáculos didáticos. A presença de conhecimentos históricos no currículo tem tido por vezes um tratamento inadequado. A presença da história dos sistemas de medidas e de numeração nos livros didáticos não tem um fim em si mesmo: o objetivo é essencialmente desenvolver nos alunos a noção de que o conhecimento matemático é uma produção humana, cuja história acompanha e pode até mesmo ser explicada pela história dos homens, que estão eternamente construindo e reconstruindo as matemáticas nos mais diversos contextos socio-culturais.

O mais importante para o aluno é perceber as evoluções e as involuções por que passa a matemática na longa excursão de resolver situações-problema impostas pela relação do homem com a natureza e com sua própria cultura. Nossa prática pedagógica nas aulas de matemática deve estar impregnada da perspectiva construtivista da própria matemática, onde o aluno perceba que tal construção é permeada de incertezas e de estruturas por vezes inacabadas. Para a educação matemática, é importante que, a cada momento, o aluno se sinta parte dessa história. Dessa forma, professor mostra que a produção, as dúvidas, os erros e angústias do aluno têm traços que refletem e podem representar o próprio processo de construção pelo qual passam os matemáticos, os cientistas, os artesãos, os professores, os profissionais liberais e até nossos pais, quando estes desenvolvem atividades matemáticas, cada um em seu contexto, com seus conhecimentos matemáticos mobilizados para a resolução da situação-problema cuja resposta está ainda inacessível.

As situações históricas da produção do conhecimento matemático têm grande potencial em dar à aula de matemática um caráter lúdico, onde a ludicidade não está limitada ao jogo. Para tal, a matemática pode e deve ser contada a partir da própria história dos matemáticos, mostrando seu lado humano, real e cultural. Descobrir o quanto são humanos aqueles que contribuíram para edificar essa ciência é importante para que o aluno veja, ele mesmo, pontos de identificação com aqueles que foram um dia alunos e se eternizaram ao aceitar os desafios impostos pela vida.

## Atividades



1 Investigue na sua sala de aula, procedimentos inusitados de resolução de operações matemáticas apresentados por seus alunos. Anote-os e faça uma análise, buscando compreender como a criança está pensando ao realizá-los. Insira em sua análise a forma adequada de mediação pedagógica a partir dessas produções.

2 Elabore um pequeno planejamento pedagógico de uma aula onde o aluno deverá utilizar uma parte do corpo para fazer matemática.

3 Desenvolva, juntamente com seus alunos, um jogo matemático. As crianças devem participar ativamente da elaboração do mesmo. Descreva o jogo, sua estrutura, objetivos e regras. Relate como foi a experiência das crianças com tal jogo.

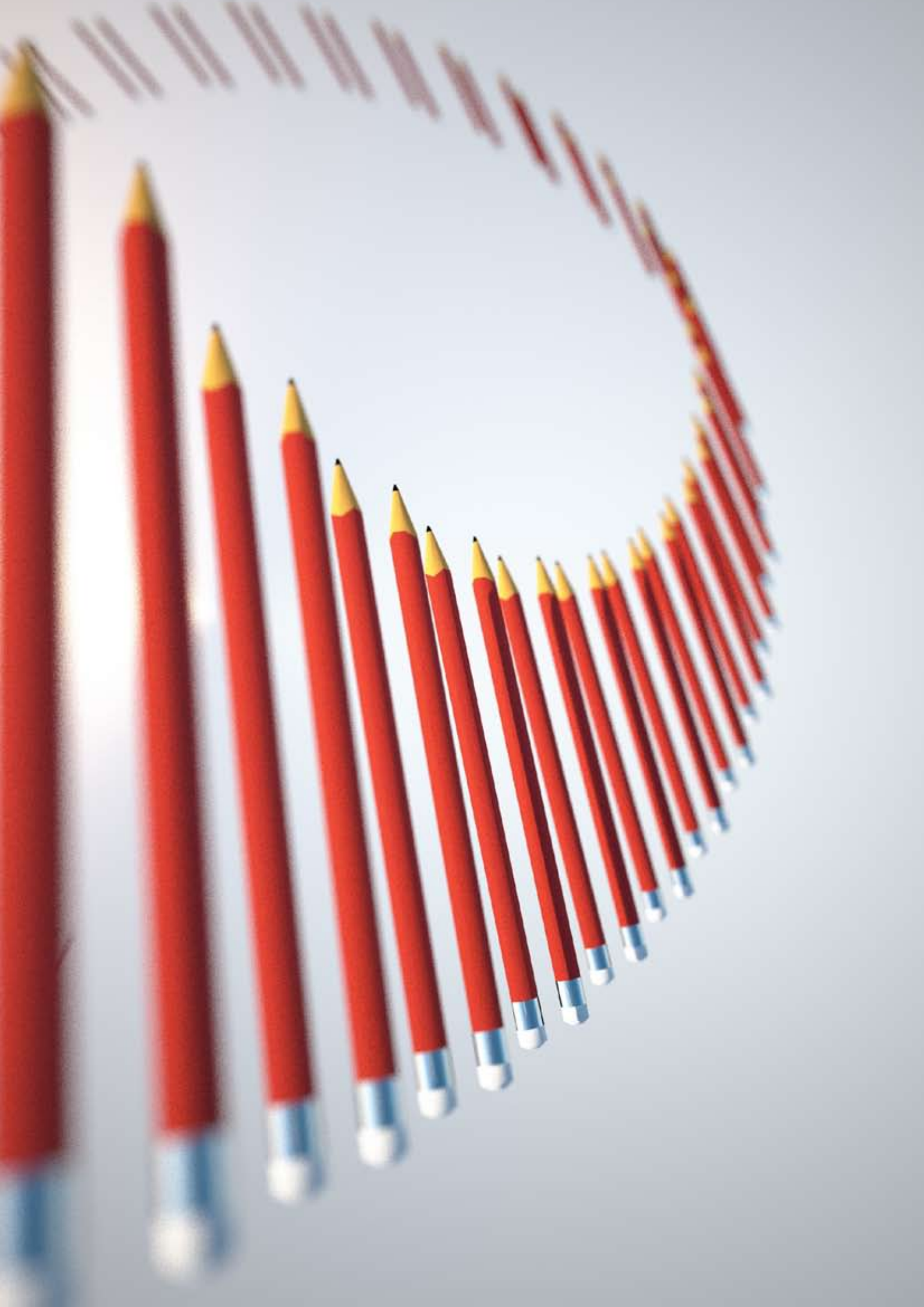
4 Peça para um grupo de crianças da 4ª série resolverem a questão abaixo utilizando somente a calculadora.

**Qual é o resto da divisão de 200 por 17?**

Peça que eles expliquem, através de um texto, a forma como resolveram a questão.







# 3

## Avaliação em educação matemática

---

**Objetivos:** reconhecer e aplicar os princípios da educação matemática difundidos pelos PCNs na organização do trabalho pedagógico; reconhecer a multiplicidade das formas de avaliação em educação matemática, capacitando-se a conceber um sistema de avaliação.

## Os eixos norteadores da educação matemática segundo a comunidade científica e de educadores: os *standards*; os PCNs e os novos currículos

A fundamentação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCNs (MEC, 1997), que norteiam os currículos mais recentes do ensino fundamental, tem vários pontos já tratados no presente fascículo, tais como a participação da matemática na formação da cidadania, seu caráter construtivo, e, portanto, histórico e culturalmente situado, a produção oral e as múltiplas formas de representação dos objetos matemáticos, a comunicação matemática, a não compartimentação do conteúdo, o papel da resolução de problemas na aprendizagem e, mais adiante, deveremos discutir sobre avaliação em educação matemática.

Tais princípios não são exclusividades dos PCNs, ao contrário, eles surgem bem antes, e o mérito dos Parâmetros é de reuni-los e dar acesso junto aos professores para a concretização de um currículo de matemática mais eficiente. Tais princípios da educação matemática são frutos de pesquisa, estudos e debates desenvolvidos nas últimas décadas no Brasil e fora dele.

Alguns desses princípios podem ser encontrados nos *Standards of National Council of Teachers of Mathematics* (VELOSO, 1994), citado na bibliografia dos PCNs, em artigos científicos da área de educação matemática e debatidos em congressos que reúnem professores, educadores e pesquisadores interessados no ensino da matemática. Considerando desnecessário prolongar aqui a discussão sobre tais aspectos, assim como sobre o uso da calculadora, sobre temas transversais e o significado do “aprender e ensinar” matemática, os quais já foram amplamente trabalhados, centramos agora nossa discussão nos diferentes eixos curriculares propostos nos PCNs. O quê e quais são esses eixos e qual o motivo de sua existência?

Partindo do fato que o *corpus* do conhecimento matemático é composto de um conjunto de saberes, fica inviável conceber uma proposta que viabilize este *corpus* como um bloco único; ao menos essa foi uma dificuldade histórica, dentro da matemática e do seu ensino, e uma visão e tratamento holístico sempre foi um desafio ainda não concretizado. Frente a essa incapacidade, o *corpus* de conhecimento matemático é fragmentado em sub-áreas, tais como a aritmética, a topologia, a álgebra, o cálculo, a geometria, a análise, entre outras. Assim, a fragmentação do conteúdo curricular é reflexo de uma fragmentação gerada pela própria ciência, que não encontrou ainda uma maneira de dar um tratamento mais holístico à matemática, como propõe D’Ambrósio (2000).

Se, de um lado, a escola tem a fragmentação do conteúdo como reflexo das ciências, e mais, o currículo tradicionalmente reforça tal fragmentação, por outro lado, educadores matemáticos

lutam para que o aluno em desenvolvimento não veja a matemática como uma “colcha de retalhos”, onde as peças, quando ligadas, possuem conexões apenas artificiais. Formar o cidadão para enfrentar os desafios da vida futura implica também o desenvolvimento da capacidade de ver o conhecimento numa perspectiva total e articulada das partes com o todo. A proposta de trabalhar com a interdisciplinariedade é uma alternativa viável nesse sentido. Trabalhar a matemática por meio de projetos parece-nos que não responde a todos os desafios impostos pela fragmentação do conhecimento. Os temas transversais propostos pelos PCNs não devem ser vistos como uma “camisa de força”, pois isso deporia contra os princípios fundamentais da proposta. O professor deve estar constantemente atento para identificar e explorar os temas de interesse dos alunos, como propõe Paulo Freire (1983), fazendo desses centros de interesse o motor propulsor da ação pedagógica, ou seja, a concepção de problematização como princípio e fim de uma educação promotora do ser humano participante de sua realidade sociocultural.

Falta ainda considerar na nossa reflexão a possibilidade de se examinar a necessidade de fragmentação do objeto do conhecimento matemático que, sem perder a visão de totalidade e a clareza das conexões entre os diferentes objetos matemáticos, permite um aprofundamento no estudo de cada objeto matemático. É importante que o currículo propicie momentos de maior relacionamento com objetos específicos, explorando seu conceito, suas diferentes formas de representação, suas propriedades, etc., o que exige um “corte” curricular isolando certos objetos por certos momentos.

A visão dos eixos curriculares parece-nos apontar para tal interesse e, ainda, possibilita um avanço teórico e metodológico do currículo se situando entre a visão totalizante do *corpus* de conhecimento e, ao mesmo tempo, dando oportunidade de explorar em cada componente as especificidades que eles merecem.

Ver o currículo de matemática através dos eixos: números e operações, espaço e formas, grandeza e medidas, e ainda, tratamento de informações, denominados nos PCNs de blocos de conteúdos, é uma proposta já contida nas diretrizes dos *standards* americanos do final da década de 70 e, no Brasil, encontrados nas propostas curriculares do Estado de São Paulo na década de 80. Assim, podemos reforçar a idéia dos PCNs não como simples plataforma político-partidária, mas como um documento de diretrizes de uma política educacional e pedagógica voltada à mudança da prática da sala de aula e apoiada em resultados sólidos de pesquisa científica no campo da educação matemática.

Assim, encontramos os conteúdos conceituais e procedimentais dos PCNs dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental, estruturados a partir desses eixos curriculares. Há duas formas possíveis de conceber a prática pedagógica nesse nível de ensino: através dos eixos ou dos temas transversais. O cruzamento dessas duas perspectivas, eixos e temas, permite ao professor encontrar alternativas para garantir ao máximo possível uma visão integral do

currículo, assim como atender em profundidade cada componente curricular.

Aprofundar os conteúdos conceituais e procedimentais, promovendo o desenvolvimento de habilidades, competências e valores, sem perder ao longo do processo educativo a perspectiva do todo, descobrindo e valorizando as articulações e junções entre os elos do currículo e entre os vários componentes do conteúdo matemático deve ser finalidade dos PCNs, que devem estar presentes em cada sala de aula.

## **Avaliação em educação matemática**

Desenvolver um discurso sobre avaliação requer o reenvio de nossas discussões à própria concepção do que se entende por atividade matemática. Falar em avaliação é falar sobre o conhecimento, sobre seu valor educativo, sobre sua aprendizagem e a mediação operada pelo educador ao longo do processo visto no início deste fascículo.

Numa visão mais arcaica do ensino de matemática, a avaliação é restrita à produção escrita do aluno, produção esta que se limita à reprodução mecânica de conceitos e teoremas impostos pelo professor. Nessa visão, o sucesso está atrelado à capacidade do aluno em dar as respostas esperadas pelo professor.

A representação que o aluno possui sobre as expectativas acerca da produção matemática influencia fortemente a natureza das respostas dadas por ele em situações de avaliação e, portanto, define a qualidade da produção matemática realizada na escola.

A avaliação constitui assim um tema deveras complexo, e neste fim de fascículo dedicaremos algumas linhas para analisar a avaliação no processo de aprendizagem e de ensino da matemática escolar, tais como:

1. Avaliação da produção escrita *versus* avaliação da idéias, das ações e da argumentação.

2. Avaliação em educação matemática e conhecimento institucionalizado.

3. Observação e relatórios como estratégias de avaliação da produção matemática.

4. Avaliação em educação matemática: vendo a aprendizagem passada ou futura?

5. Resolução de problemas como fonte de avaliação de habilidades e de competências: a questão da zona de desenvolvimento proximal.

6. Avaliação solitária ou avaliação solidária: a importância da interação social no momento da avaliação em educação matemática.

7. A interpretação de texto como barreira para a atividade de matemática: o processo da discussão e entrevista como espaço para a avaliação

8. Afetividade e cognição: um casamento indissociável no momento da avaliação. Como realizá-lo?

A seguir, vamos conversar um pouco sobre cada um desses aspectos.

### **Avaliação da produção escrita *versus* avaliação das idéias, das ações e da argumentação.**

Reduzir a avaliação à produção matemática escrita é, no mínimo, reduzir o potencial do aluno em fazer matemática à sua capacidade de registro sobre o papel e via código escrito. Tal fato nega que a atividade matemática, antes mesmo de ser uma produção escrita, se realize em termos de idéias, do pensamento, da intuição. Essas idéias são, num primeiro momento, representadas mentalmente por uma base simbólica, que não é necessariamente aquela do sistema utilizado pela escrita matemática. O pensamento matemático é muito mais amplo e, por vezes, mais poderoso do que aquele retratado na produção escrita como vimos na seção 1.

Portanto, o professor deve considerar outros espaços e formas de avaliação da capacidade dos alunos em matematizar que não seja exclusivamente a produção escrita realizada via instrumentos formais. Consideramos que a produção escrita não deve ser a única forma de avaliação e, por vezes, pode não ser a mais importante.

Avaliar exclusivamente sobre a produção escrita é, minimamente, falsear a real capacidade do aluno em fazer matemática, assim como essa exclusividade faz com que ele desenvolva uma visão errônea da matemática, enxergando-a como uma produção exclusivamente escrita.

Podemos tecer uma outra crítica à avaliação quando ela é escrita, pois, geralmente, o professor não aceita e não respeita produções escritas do aluno que não sejam aquelas propostas no quadro ou no livro didático. Assim, produções baseadas em desenhos, esquemas, tabelas, etc. não são valorizadas pelo professor no instrumento de avaliação. Tal fato parece estranho se considerarmos que tais produções estão mais próximas das formas do pensamento matemático do aluno. Favorecer produções dessa natureza e analisá-las seria uma riquíssima oportunidade para melhor compreender os procedimentos do aluno e melhor planejar as formas de realizar a mediação na sua produção matemática.

## **Avaliação em educação matemática e conhecimento institucionalizado**

As posturas mais tradicionais em avaliação na educação matemática tendem a valorizar somente os conhecimentos institucionalizados pelo professor e pela escola. O aluno tende a considerar que a avaliação formal, seja ela escrita ou oral, é um momento de reforçar e valorizar aqueles saberes propostos pelo professor. Assim sendo, o aluno nega sua produção de conhecimento matemático que é importante para o seu desenvolvimento, pois esse nunca é institucionalizado pela escola. Ficam ausentes das avaliações formais os conceitos espontâneos, algoritmos alternativos, registros pictóricos, etc. Tais produções são encontradas normalmente na carteira, no rascunho, na palma da mão, nas últimas páginas do caderno, na contra-capa do livro ou, quando são feitas sobre o instrumento de avaliação, são apagadas e têm seus traços eliminados.

Por não serem valorizadas e tampouco institucionalizadas pela escola, as produções mais espontâneas acabam por ser consideradas como marginais, erradas, como uma forma de trapaça, pois elas em muito diferem das formas de produção concebidas pelos professores e pais.

Poderíamos dizer que a produção do aluno na avaliação formal de matemática é definida a partir da eliminação absoluta dos erros e dos “medos” em cometê-los. O aluno aprende, desde cedo, na escola, que cada erro cometido será motivo de punição por parte do professor e, em decorrência, por parte dos colegas e dos pais. Assim, aprende a produzir os mesmos processos do professor, os mais sucintos possíveis, e sem erros.

## **Observação e relatórios como estratégias de avaliação da produção matemática**

Uma das práticas de avaliação mais freqüentes na educação infantil deveria ser aplicada e aprofundada no ensino fundamental: observar o aluno em plena atividade e registrar sua produção em forma de relatórios.

Tal prática significa, em termos explícitos, “aprender com o aluno”. Mas o que podemos com ele aprender? Antes de mais nada, aprenderemos como se realiza a aprendizagem e iremos adquirir uma compreensão que permitirá melhor conceber as formas mais eficazes de mediação pelo educador no processo de aprendizagem do aluno.

Observar implica redeslocar o professor para um espaço pedagógico diferente daquele a que está habituado, um espaço em que a interação aluno–professor se realiza sobretudo a partir de um



educador que está pronto a ver e a ouvir, acolhendo efetivamente o aluno e captando o processo, a trajetória percorrida por ele ou por um grupo. Captar tal processo requer, antes de tudo, que o professor se dispa, se desarme, se desestruture de sua própria lógica de pensar e de sentir o conhecimento, pois sem isso não será possível a acolhida do outro, o aluno.

Um objetivo primeiro e maior da avaliação, via observação, deve ser o de identificar as estruturas lógicas do pensamento do aluno, seus conceitos em processo de constituição, os esquemas de pensamento em ato, os algoritmos pessoais e alternativos de que o(s) aluno(s) lança(m) mão para operar(em) cognitivamente em situações matemáticas.

O que aprendemos com a observação muito servirá para a (re)estruturação de nossa ação pedagógica. Mas avaliar a real capacidade do aluno via observação implica aprendizagem por parte do professor que, por vezes, não é tão elementar quanto podemos aqui escrever. Ela requer do mestre que ele não seja visto como “o professor” pelo aluno observado. A observação requer, por vezes, que o professor seja de certa forma “invisível” ao mesmo tempo em que seja presente e amigo.

O próprio ato de observar é complexo, em função da riqueza do contexto da aprendizagem com suas múltiplas facetas e variáveis. Observar requer antecipadamente uma seleção dos aspectos de interesse do professor que se constituirão nos focos de observação naquele dado momento. Na mesma lógica, se considerarmos o grande número de alunos em sala, faz-se necessária a seleção de um número de alunos que será o foco de observação a cada dia de aula. Assim, a turma poderá ser dividida (mesmo sem os alunos saberem) em grupos/focos de observação, permitindo que a cada dia a observação seja centrada em um grupo de alunos. Com isso, após um certo período médio de duas semanas de aula, todos os alunos terão sido objeto de observação do professor.

Não podemos pensar de forma alguma na observação como a única forma de avaliação, mas deve ser uma dinâmica a ser utilizada entre as outras possíveis.

Mas a observação não tem sentido sem um registro sistemático dos elementos centrais da avaliação, que aqui denominamos de “relatório”. O relatório, ou seja, o conjunto de registros cronológicos das observações realizadas de um mesmo aluno deve servir como instrumento de análise do processo de produção de conhecimento e fornecer dados importantes para a descrição e compreensão do seu processo de aprendizagem. Assim, ao final, os relatórios deverão fornecer dados importantes sobre um determinado aluno ou um grupo, dados esses que servirão como base do planejamento da prática pedagógica do professor. O relatório tem função justificada quando é instrumento que subsidia o processo de mediação e constitui-se em documento institucional que dá, entre outras coisas, autoridade ao professor no julgamento do desenvolvimento e

aprendizagens parciais do aluno ou do grupo como um todo.

O relatório deve ser instrumento para fundamentar e dar poder de argumentação ao professor sobre as potencialidades e necessidades de cada aluno e do grupo com que ele trabalha.

## **Avaliação em educação matemática: vendo a aprendizagem passada ou futura?**

O sistema de avaliação configurado pelo professor e pela escola traduz fielmente as concepções e as opções teóricas e metodológicas por eles adotadas.

No âmbito da educação matemática é importante para nós saber que horizonte o professor assume como referência para julgar (vendo a avaliação como julgamento) as capacidades e as necessidades na aprendizagem do aluno. Mesmo na perspectiva construtivista, encontramos, fundamentalmente, duas posturas mais importantes: avaliar o aluno tendo por referência seu passado ou julgar a aprendizagem tendo por referência seu futuro. Passado e futuro, mesmo em relação dialógica, podem definir posturas radicalmente opostas na forma de avaliar a aprendizagem matemática do aluno.

O professor que avalia a aprendizagem julgando as aquisições já realizadas pelo aluno até o momento da avaliação busca identificar as habilidades já contempladas e presentes no seu repertório cognitivo. Assim, poderíamos dizer que deve ser previsível por parte do aluno a natureza das situações-problema que constarão do instrumento de avaliação formal. Nessa perspectiva, a cada conteúdo trabalhado, o professor realiza e aplica um instrumento de avaliação que, quando indica bons resultados, dá aval para a introdução de novos conteúdos em uma nova seqüência didática. Assim, dizemos que se trata de um projeto pedagógico que é planejado a partir das aprendizagens já efetivadas e avaliadas por meio de instrumentos que são respondidos solitariamente pelos alunos (onde cada um não mantém relações sociocognitivas com os demais), tendo a mediação com o professor reduzida a quase zero. Toda relação aluno–conhecimento é realizada pelo instrumento de avaliação (prova, teste, argüição), onde o aluno está ciente de que é hora de depositar no papel os conhecimentos acumulados durante a última seqüência didática promovida pelo professor. Fazer uma avaliação nessa concepção é olhar para o passado e estar engessado na situação didática.

Pensar num sistema diferente de avaliação requer não só estruturar os objetivos a partir das aprendizagens já concretizadas na seqüência didática, mas buscar olhar o potencial do aluno em realizar aprendizagens futuras, ou seja, a possibilidade do aluno em efetivar novas construções realizadas em situações diferentes, sem a presença do professor e sem a sua mediação e que, requerem-

do conhecimentos previamente adquiridos, não possuem respostas prontas na estrutura cognitiva do aluno e tampouco o resultado é previsível.

Nessa segunda concepção, a situação-problema, objeto da avaliação, não serve para a aplicação exclusiva de conceitos ou teoremas já presentes no repertório cognitivo do aluno, mas a avaliação deve servir sobretudo para verificar o seu potencial para realizar novas aprendizagens frente a situações-problema até então por ele desconhecidas.

Apoiada na teoria de Vygotsky (1991), a avaliação realiza-se e apoia-se na interação sociocognitiva, que é elemento essencial no processo da aprendizagem. Portanto, não cabe nessa forma de avaliação restringir o sistema de julgamento do potencial do aluno à ação solitária, mas, como veremos melhor mais adiante, a avaliação prevê a participação efetiva do educador ao longo do processo da avaliação. O educador e os colegas participam ativamente do processo de resolução dos problemas propostos, constituindo aí o que Vygotsky denomina de zona de desenvolvimento proximal, onde as trocas interpessoais podem dizer ao professor sobre a verdadeira capacidade do aluno muito mais que em atividades solitariamente realizadas. Vamos aprofundar essa idéia no tópico seguinte.

### **Resolução de problemas como fonte de avaliação de habilidades e de competências: a questão da zona de desenvolvimento proximal**

A resolução de problemas deve ser considerada não apenas como fonte da aprendizagem mas, também, como atividade de matemática na qual o educador pode efetivamente avaliar as competências e habilidades do aluno. Observar um ou mais alunos desenvolvendo estratégias na busca da resolução de problemas pode nos fornecer elementos de análise importantes na compreensão do processo de construção da aprendizagem escolar.

A avaliação na educação matemática poderia se apoiar fortemente na resolução de problemas, mas aí temos que nos questionar: O que é um problema? Quais as naturezas dos problemas que têm por objetivo a avaliação do aluno? Que concepções estão por trás de tal proposição de avaliar a capacidade do aluno na resolução de problemas?

Inicialmente, se considerarmos que a educação, em especial a matemática, não pode ter suas finalidades engessadas no próprio contexto escolar, devemos assumir que a matemática deve servir para a formação do cidadão, ou seja, para enfrentar e resolver as situações-problema do contexto extra-escola ou, segundo Brousseau (1983), resolver situações a-didáticas. Portanto, a fonte dos nossos problemas deve ser a vida real, contexto sociocultural, com temas e lógicas que fazem sentido para aquele que se propõe a resolvê-los. Assim, falamos não do problema do professor, por ele

criado, cujo sentido e significado está na cabeça do mestre, falamos das situações geradas pelo próprio aluno, engendradas pelo aprendiz nas relações dele, nas situações de vida. Tal concepção requer do professor sair dos muros da escola e, com o aluno, buscar as situações que possuem uma significação para o educando e seu grupo: sobre o mercado de consumo e de trabalho, os esportes, os meios de comunicação, a informática, o lazer, as manifestações culturais, enfim, sobre os temas indicados pelos próprios alunos.

Avaliar a partir de situações, nesses contextos, exige do professor um novo olhar para a matemática, um olhar menos voltado para a matemática-ciência e sim para uma matemática mais pura e comprometida com as suas dimensões cultural, social, instrumental, comunicativa e estética. O desafio é que tal proposição nos impõe trabalhar com uma matemática na qual nunca trabalhamos no contexto de nossa prática pedagógica. Até então, estamos habituados a trabalhar com problemas tirados dos livros que tratam na maior parte dos casos como “somar idade do cunhado com a idade da prima da vizinha...”; “somando a quantidade de pernas das galinhas com a metade da quantidade de pernas de porcos...”; ou “meia dúzia de centena de milhão de lápis divididos por um terço de dezena de caixinhas prismáticas, cuja área de base corresponde à raiz quadrada em centímetros quadrados...”. Tais problemas não têm o menor interesse para o aluno, que está mais interessado em questões ligadas aos preços dos objetos de seu interesse, dos pontos que fez no videogame, etc.

A concepção e o significado do que é resolver um problema como recurso de avaliação são buscados no conceito de zona de desenvolvimento proximal proposto por Vygotsky. Em termos de avaliação, o mais importante não são as aprendizagens já realizadas pela criança, mas a potencialidade do aluno em realizar novas aprendizagens em contextos de resolução de problemas socialmente partilhados. Assim, a avaliação deve centrar-se na identificação desse potencial do aluno em resolver situações matemáticas, mesmo quando o professor está ausente do processo.

Valorizar não a resposta numérica final, mas o processo de resolução, suas etapas, suas estratégias, seus caminhos e des-caminhos, suas hipóteses e conceitos, etc. devem ser os objetivos da participação do professor no processo de resolução do aluno. Isso implica uma visão radicalmente diferente da que estamos acostumados a ver em termos de avaliação. Não há mais o certo ou o errado a partir de uma única resposta numérica, mas sim o professor que realiza a avaliação (e que portanto está julgando) que assume uma postura, instrumento a instrumento, aluno a aluno, de investigação das efetivas competências e habilidades de cada criança na resolução de problemas significativos, o que deve ser o objetivo último da educação matemática escolar. A avaliação neste contexto deve permitir ao professor se colocar como um mediador eficaz nesse processo contínuo de construção da aprendizagem, de aprender a aprender, valorizando as alternativas de solução próprias de cada sujeito, incentivando e apoiando aqueles que se encontram em im-

passes, reforçando a autoconfiança e promovendo a auto-estima do ser matemático que constitui cada aluno.

### **Avaliação solitária ou avaliação solidária: a importância da interação social no momento da avaliação em educação matemática**

Se defendemos que a avaliação na educação matemática deve ser calcada na idéia do potencial do aluno resolver problemas em situações partilhadas, isso implica que ao longo do processo de avaliação devem haver formas de interação sociocognitiva<sup>9</sup>. As trocas realizadas ao longo da utilização do instrumento de avaliação devem, certamente, fornecer importantes informações ao educador. Quando a avaliação é um processo solidário, dois ou mais alunos partilham do processo de resolução de uma mesma situação-problema.

A negociação existente entre os alunos, negociação essa retratada sobretudo no diálogo travado entre eles durante a resolução, abre a possibilidade de avaliar aspectos importantes até então negados pela escola: o poder de comunicação e de argumentação matemática. Estar presente diante de tal processo possibilita ao professor melhor diagnosticar a produção matemática, não ficando restrito apenas à produção escrita, e mais, não se limitando a avaliar a produção do aluno quando ele é solitário no processo.

Tal visão permite concebermos que o momento da avaliação é um espaço privilegiado de aprendizagem, de troca e de validação social de saberes. Isso não significa em absoluto que todas as avaliações devem ser em grupo, mas queremos aqui mostrar outras possibilidades e convencer de que a avaliação deve contemplar outras formatações que fogem completamente da forma tradicional que estamos acostumados a operar.

Entretanto, não podemos conceber a inovação dos processos de avaliação se nossas práticas corriqueiras de sala de aula não são, elas próprias, inovadoras. A avaliação deve ser um retrato do que normalmente os alunos realizam no cotidiano de atividade matemática. De nada vale o aluno estar habituado a realizar atividades matemáticas solitárias durante as aulas, para somente nos momentos de avaliações formais serem lançados à realização de problemas cooperativos.

Num outro sentido, em momento de mais espontaneidade, de interação entre os alunos, o professor deve buscar realizar importantes observações sobre as capacidades dos mesmos em realizar atividades matemáticas em situações menos formais.

Ainda falando de relações interpessoais no processo de avaliação, devemos contemplar prioritariamente a idéia da partici-

9 Atividade de resolução de problema partilhada dentro de um grupo social, onde os procedimentos aplicados implicam negociações e validações entre os elementos responsáveis pelo processo. Doise é um autor que recomendamos para maior aprofundamento.

pação efetiva do professor como mediador ao longo da avaliação. A presença real do professor, mediando por meio da leitura conjunta, respondendo a questões, fazendo perguntas de esclarecimento, (re)interpretando a situação, propondo a ação manipulativa e material como processo de apoio, necessitando fazer consulta ao caderno, livro ou colega, etc., são formas de mediação que podem e devem ocorrer na avaliação de matemática, sobretudo em se tratando de séries iniciais.

As dúvidas, as dificuldades de interpretação, a necessidade de uma base material manipulativa e os questionamentos são dados importantes para o diagnóstico do aluno, que só é possível indicar por meio da mediação do professor ao longo da avaliação.

### **A interpretação de texto como barreira para a atividade matemática: o processo da discussão e entrevista como espaço para a avaliação**

Conceber a idéia de situação-problema tratada exclusivamente na forma de enunciados escritos, o que implica a leitura e interpretação para a realização da atividade matemática pelo aluno é, pelo menos, inadequado e perigoso quando se fala de alunos em início de escolarização e em processo de alfabetização.

Não queremos apregoar a idéia de que as situações-problema não devam ser trabalhadas via texto. O que pretendemos aqui defender é o princípio de que a situação-problema, fonte de aprendizagem da matemática e de avaliação, deve antes de mais nada constituir-se em atividade vivenciada corporalmente, dramatizada, representada por diversas formas simbólicas, antes de ser tratada na forma de texto.

Para o aluno em processo de alfabetização, a decodificação do texto que constitui o enunciado do problema é, em geral, difícil e pode se constituir em um complicador no processo, isso quando não se configura um obstáculo para o desenvolvimento da atividade matemática em si. Se em determinado momento o objetivo essencial é a atividade matemática, a leitura e a interpretação do enunciado pode impedir a realização dessa atividade, devendo o professor procurar outras formas de transferir a situação-problema ao aluno: oralmente, corporalmente, vivenciando, representando materialmente, desenhando, esquematizando, etc. Cabe ao professor escolher as melhores formas de trabalhar as situações com múltiplas representações, a partir do conhecimento que ele possui de seus alunos.

É importante ressaltar que o trabalho com problemas via texto constitui um espaço importante na construção da alfabetização em língua materna, mas isso não justifica trabalhar as situações-problema exclusivamente desta forma. Quando isso ocorre, ou seja, quando queremos avaliar as competências e habilidades

do aluno via situação-problema textual, esbarramos numa problemática: iremos avaliar unicamente a capacidade de leitura e interpretação, tendo em vista que a atividade matemática não chega a se realizar, pois a decodificação do texto pode aparecer como obstáculo à matematização, mesmo quando o problema trata de tema e situação de interesse e da realidade cultural do aluno.

Ainda assim, nas séries iniciais, quando a situação é trabalhada via texto, o professor deve promover um trabalho de leitura coletiva, ressaltando as diversas e possíveis interpretações, discutindo os conceitos matemáticos que não são claros para o aluno. Um processo interessante proposto por Dante (1991) é, ao invés de dar uma questão única em cada problema, desmembrá-lo em várias questões que possam servir de ferramenta de interpretação do texto, causando o envolvimento do aluno na estória, apoiado nas primeiras estruturas lógicas, etc. Assim, um problema sobre a venda de pães pode ter as seguintes perguntas, quando se trata de séries iniciais: O que se vende numa padaria? Qual o nome do padeiro? Você costuma ir à padaria? Fazer o quê? Quanto custa um pão?, etc.

Reforçamos a idéia fundamental que a melhor forma de avaliação em educação matemática é ainda a diversificação das formas e procedimentos de coleta de informação, a sistematização pelo professor desses elementos para uma análise, visando à tomada de decisões relativas a formas de mediação do conhecimento, à participação do professor ao longo da avaliação enquanto mediador e, ainda, à não necessidade de que a avaliação seja uma atividade solitária, mas, ao contrário, devemos valorizar mais e mais os momentos de desafios sociocognitivos, de trocas e de validação do conhecimento matemático em situações significativas.

### **Afetividade e cognição: um casamento indissociável no momento da avaliação. Como realizá-lo?**

Considerando a não existência de rupturas entre as dimensões cognitivas e afetivas da realização de uma atividade matemática, queremos neste momento final do fascículo, ressaltar o fato de que as condições emocionais presentes no instante da avaliação determinam fortemente a qualidade da produção matemática do aluno.

Isto posto, o momento de avaliação deve ser caracterizado pela informalidade e pela confiança. É altamente questionada a formalização que se faz em torno do momento da avaliação, criando um clima de tensão e angústia coletiva. Faz-se mesmo desnecessário o conhecimento por parte do aluno de que em determinada atividade e em um momento preciso ele está sendo objeto de julgamento por parte do professor. O momento da avaliação deveria ocorrer ao longo do próprio processo da aprendizagem e de construção do conhecimento matemático, dentro ou fora da sala de aula, com ou sem a presença do professor.



A produção matemática no instrumento de avaliação deveria ter como critério de controle a própria significação da atividade para o aluno. Não vemos como interessante avaliar as capacidades e necessidades dos alunos a partir de produções que são voltadas ao professor, para agradá-lo, para simplesmente cumprir um contrato didático (BROUSSEAU, apud PAIS et al, 2001). Quando uma dada atividade não possui uma significação para o aluno fora do contrato didático, essa ausência gera angústias e frustrações, por vezes irreparáveis no processo de sua educação matemática, como por exemplo aquelas de que possivelmente o próprio leitor foi vítima.

Se falta significação, se minha produção é destinada exclusivamente ao julgamento do professor, se as regras que definem minhas ações são aquelas voltadas exclusivamente a cumprir com as normas escolares, reforçando o desenvolvimento da heteronomia (KAMII, 1984), fazendo com que o sucesso escolar seja divorciado do desenvolvimento da autonomia moral e intelectual, não podemos ver uma possibilidade de avaliar as atividades matemáticas mais “espontâneas” do aluno, podendo assim realizar uma mediação mais competente no processo da aprendizagem matemática.

Não podemos mais aceitar que, no momento da avaliação formal, o aluno seja tomado de medo, de sentimento de insegurança e de incapacidade de reproduzir conceitos e teoremas que ele julga necessários para obter o sucesso escolar. Devemos buscar, gradativamente, passo a passo, construir uma escola onde o sucesso na matemática esteja atrelado à valorização das formas mais espontâneas e ricas de cada sujeito produzir um conhecimento matemático, conhecimento esse que é ferramenta essencial para a descoberta de cada ser matemático que está adormecido dentro de nós, para não falar do ser que está amordaçado, ferido, e mesmo sucumbindo em função, entre outros fatores aqui citados, das formas e dos procedimentos de avaliação que valorizam exclusivamente o conhecimento científico, negando a dimensão cultural e histórica do ato de fazer matemática.

A avaliação assim concebida em educação matemática permitirá a efetiva participação do professor-mediador na mudança da representação social da matemática, fazendo com que cada aluno creia realmente na capacidade do ser matemático que se esconde dentro de cada um de nós, permitindo que ele se revele e participe do processo de desenvolvimento da cidadania.



## Atividades

1 Faça uma pesquisa na internet sobre a História da Matemática. Transcreva o material obtido, produzindo a partir dele, um plano de aula para alunos da 3ª série do ensino fundamental.

2 Apresente 3 diferentes estratégias que você pode utilizar na avaliação da aprendizagem matemática de seus alunos.

3 Realize uma das estratégias de avaliação da aprendizagem matemática tratadas na questão anterior e depois faça uma avaliação crítica junto aos seus alunos sobre esta nova experiência. Relate as respostas que você julgou mais interessantes.



# Referências

BRUNER, J. Pour une psychologie culturelle. In: *Sciences Humaines Auxerre*. n.99, nov., p. 38-41, 1999.

CARRAHER, T. N. et al. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez, 1990.

D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática*. São Paulo: Ática, 1990.

\_\_\_\_\_. Etnomatemática: um programa. In: POMPEU Junior (dir), *A Educação Matemática*, revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n. 1, p. 5-11, 1993.

\_\_\_\_\_. *Educação para uma sociedade em transição*. Campinas: Papyrus, 2000.

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática*. São Paulo: Ática, 1991.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

GARDNER, H. *Inteligências Múltiplas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

GERDES, P. *Etnomatemática*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico, 1991.

IFRAH, G. *Las Cifras: historia de una gran invencion*. Madrid: Alianza Editorial, 1988.

KAMII, C. *A criança e o número*. Campinas: Papyrus, 1984.

\_\_\_\_\_. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papyrus, 1988.

\_\_\_\_\_. *Desvendando a aritmética*. Campinas: Papyrus, 1990.

\_\_\_\_\_. *Aritmética: novas perspectivas. Implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papyrus, 1993.

KLEINE, M. *O fracasso da matemática moderna*. São Paulo: IBRASA, 1976.

MEIRA, L. O “mundo-real” e o dia-a-dia no ensino de matemática. In: POMPEU Junior (dir). *A Educação Matemática*, revue de la Sociedade Brasileira de Educação Matemática, n. 1, p. 19-27, 1993.

MUNIZ, C. A. *Jeu de société et activité mathématique chez l'enfant*. Tese de doutorado em Ciências da Educação pela Université Paris Nord. Paris, 1999.

PAIS, L. C. *Didática da matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

\_\_\_\_\_. et al. *Educação Matemática – uma introdução*. São Paulo: EDUC- PUC-SP, 1999.

Papert, S. *LOGO: Computadores e Educação*. São Paulo: Brasiliense, 1988.

PIAGET, J. *O nascimento da inteligência na criança*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1947.

\_\_\_\_\_. *Epistemologia Genética*. Petrópolis: Vozes, 1972.

POINCARÉ, H. *La valeur de la science*. Paris: Flammarion, 1911.

RAMALHO, E. *Matemática Lúdica*. Brasília: CPCE-UnB, 1993.

ROBERT, A.; ROBINET, J. *Prise en Compte du Meta en Didactique des Mathématiques*. Paris: Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques de l'Université Paris VII, 1993.

SBEM, *Educação Matemática em Revista*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

VELOSO, E. *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*, (tradução portuguesa dos Standards of National Council of Teachers of Mathematics). Lisboa: Associação de professores de matemática e Instituto de Inovação Educacional, 1994.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

\_\_\_\_\_. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

WALKERDINE, V. *The mastery of reason: cognitive development and the production of rationality*. London: Routledge, 1988.