Pedagogia

Educação e linguagem matemática

Nilza Eigenheer Bertoni

PEDEaD

Estado do Acre

Governador
Jorge Viana
Vice-Governador
Arnóbio Marques
Secretaria de Estado de Educação do Acre
Maria Corrêa da Silva
Coordenadora de Ensino Superior da SEEA
Maria José Francisco Parreira

Fundação Universidade de Brasília — FUB/UnB

Reitor
Timothy Martin Mulholland
Vice-Reitor
Edgar Nobuo Mamiya
Decano de Ensino e Graduação
Murilo Silva de Camargo
Decano de Pesquisa e Pós-graduação
Márcio Martins Pimentel

Faculdade de Educação — FE/UnB

Diretora
Inês Maria M. Zanforlin Pires de Almeida
Vice-Diretora
Laura Maria Coutinho
Coordenadora Pedágogica
Sílvia Lúcia Soares
Coordenador de Informática
Tadeu Queiroz Maia

Centro de Educação a Distância — CEAD/UnB

Diretor
Sylvio Quezado de Magalhaes
Coordenador Executivo
Jonilto Costa Sousa
Coordenador Pedagógico
Leandro Gabriel dos Santos
Gestão de Produção
Ana Luisa Nepomuceno
Design Gráfico
João Baptista de Miranda
Equipe de Revisão
Bruno Rocha
Daniele Santos
Fabiano Vale
Leonardo Menezes
Designer Educacional
Ezequiel Neves

B547e Bertoni, Nilza Eigenheer.
Educação e linguagem matemática II : Numerização. / Nilza Eigenheer Bertoni. – Brasília : Universidade de Brasília, 2007.
85 p.

1. Educação.I.Título. II. Universidade de Brasília. Centro de Educação a Distância.

CDD 370
ISBN: 978.85-230-0957-1

Sumário

Conhecendo a autora

Nilza Eigenheer Bertoni

Minha família deixava uma expectativa implícita quanto às filhas mulheres serem professoras, mas eu tinha certo desejo de ser arquiteta: atração por desenho, formas, artes. Certo dia, lá pela 7ª série, a professora de matemática disse que eu deveria ser professora dessa disciplina, mas pareceu-me que eu nada tinha a ver com isso. O professor do Ensino Médio foi desvelando atrações, explicando coisas nas quais eu tinha dificuldade em ver a lógica. Mas a decisão de estudar Matemática foi de ordem prática: eu fizera os cursos "científico" e "de magistério" simultaneamente e, ao terminar o segundo, ganhei o que se chamava "cadeira prêmio" - uma vaga no magistério público. Se aprovada em vestibular de licenciatura na faculdade oficial, teria direito à licença com vencimentos para fazer o curso. Assim, fui cursar matemática na atual Universidade Estadual Paulista (UNESP), de Rio Claro.

A matemática, apesar de me parecer fácil, teve sempre coisas obscuras: a questão do jogo de sinais com números relativos; o ocultamento da distinção entre o sinal intrínseco do número e o sinal operatório; o fato de dizerem "a derivada é a (reta) tangente" e de repente aparecerem derivadas da forma $3x^2$, $4x^3$... Mas também aprendi coisas maravilhosas. Por exemplo, o professor Abraham Bloch deu uma idéia perfeita do que seria uma potência com expoente irracional. Tudo isso influenciou o meu trabalho em Educação Matemática décadas depois, no qual minha motivação maior foi a de explicitar a lógica subjacente aos processos, bem como evidenciar origens e finalidades de conceitos e teorias elaboradas.

Antes de me voltar completamente para a Educação Matemática, houve períodos de aproximação e de distanciamento. Durante os três anos em que lecionei, procurei encaminhar as crianças para uma compreensão daquilo que faziam. Ao me formar na universidade, em 62, época em que havia certo rumor sobre ensino de matemática, tive vontade de participar do - Grupo de Estudos no Ensino de Matemática (GEEM), em São Paulo, mas fui francamente desestimulada por meus professores da faculdade, com os argumentos de que isso eu poderia fazer depois de saber mais matemática, depois de fazer pós-graduação. Fui, com bolsas de estudos sucessivas, para o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), no Rio de Janeiro, e para a Universidade de Tübingen, na Alemanha.

Eu tinha mil outros interesses na vida. A estada na Europa permitiu-me aprender um pouco mais de matemática e muito do passado alemão, de impressionantes filmes de propaganda nazista (e portanto da manipulação de opiniões) e de discussões dominantes - teológicas, filosóficas e sociológicas, em torno, principalmente, de Kuhn, Ernst Bloch e Dahrendorf - o que postergava meu envolvimento com o ensino de matemática.

Voltei da Alemanha com mais maturidade e vontade para assumir minha vida profissional. Passei rapidamente pela Universidade em Rio Claro e, de repente, cheguei a Brasília, contratada pela Universidade de Brasília (UnB). Ocorreu, então, a Idade das Trevas da minha vida. Eu saíra em 64, logo após o golpe militar, ouvia falar das coisas no Brasil, mas não as vivia. Assim, não podia imaginar um país muito diferente daquilo que sempre conhecera. A situação de fiscalização e de repressão que encontrei era inimaginável. Comecei a comparar o silêncio dos alemães com meu próprio silêncio e foi tudo difícil. Fiz da sala de aula o meu espaço único de expressão, ainda que nele houvesse incursões de "novos alunos" vindos dos órgãos de informação. Para não perder o humor, perguntava se eram transferidos, de onde haviam vindo, que livro seguiam e ainda oferecia minha ajuda... Fiz mestrado na UnB e a qualificação para o doutorado em Matemática, tive duas filhas, processos estressantes e ávidos consumidores do tempo. Não terminei o doutorado: a primeira tese em que eu trabalhara foi publicada por outro antes de mim e tive de recomeçar outra; meu orientador foi para o exterior e não mais retornou ao Brasil.

Foi então que me voltei, decididamente, para o ensino. Envolvi-me com leituras e coordenei dois projetos: um, apresentado ao SPEC, que durou cinco anos (foi dessa época a primeira versão de uma apostila chamada Numerização) e outro, de reformulação da Licenciatura em Matemática na UnB. De certo modo, fomos pioneiros em introduzir uma série de disciplinas que formavam o professor dentro de uma concepção de Educação Matemática. Comecei a participar do movimento nessa área e fui a primeira dirigente nacional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Participei de congressos nacionais e internacionais, escrevi artigos e módulos, fiz formação continuada de professores em várias escolas e estados, participei de vários projetos do MEC: Livro Didático, Parâmetros Curriculares Nacionais (3º e 4º ciclos), PROFORMAÇÃO, Projeto GESTAR. Um momento especial foi a participação na equipe de elaboração do projeto das licenciaturas da Universidade Aberta do Distrito Federal (UNAB), um consistente e inédito projeto de formação de professores de Matemática, Física e Biologia, o qual, infelizmente, nunca foi implantado.

Dos projetos, e da atuação na Licenciatura, foi-se construindo um grupo de alunos interessados no ensino de Matemática, inicialmente discípulos e estudiosos da área, que depois continuaram seus caminhos como profissionais, doutores, pesquisadores (hoje formando novos discípulos, como o professor Cristiano Muniz) e com alguns dos quais integro hoje grupo de pesquisa.

Depois de percorrer todo esse caminho, é uma alegria ter colegas que prosseguem o trabalho em Educação Matemática no Departamento de Matemática da UnB, como Terezinha ou Tânia; ter ex-alunos que fizeram pós-graduação e atuam também nessa área, como Cristiano, Villar e Solange, na Faculdade de Educação da UnB, e Ana Lúcia, na Católica de Brasília. Ou ter amigos professores, como Avelina, que me envolveram de novo em ações junto à SBEM de Brasília, quando ela estava praticamente parada. Ou ainda encontrar professores que participaram a tempo de alguns cursos comigo e vêm me contar o que aproveitaram e o que fazem em sala de aula.

Também me alegro por ter duas filhas, construindo e buscando seus caminhos e por ter dois netos. Isabela, a poucos meses de completar três anos, convida-me para sentar no computador, para "ver umas coisas" e "escrever umas coisas". Tito, com seus onze meses, vem disputar meu colo e o teclado do computador.

Nesse encontro com vocês, penso nas crianças ávidas de saber que vocês encontram a cada ano e no gosto pelo conhecimento em Educação Matemática que espreita a muitos de vocês.

Desse modo, tenho certeza de que o caminho continua.

*Muitas dessas reminiscências foram retiradas da entrevista que dei para a tese de doutorado "Vidas e Circunstâncias na Educação Matemática", de Carlos Roberto Vianna, USP-FE, 2000.

Apresentação

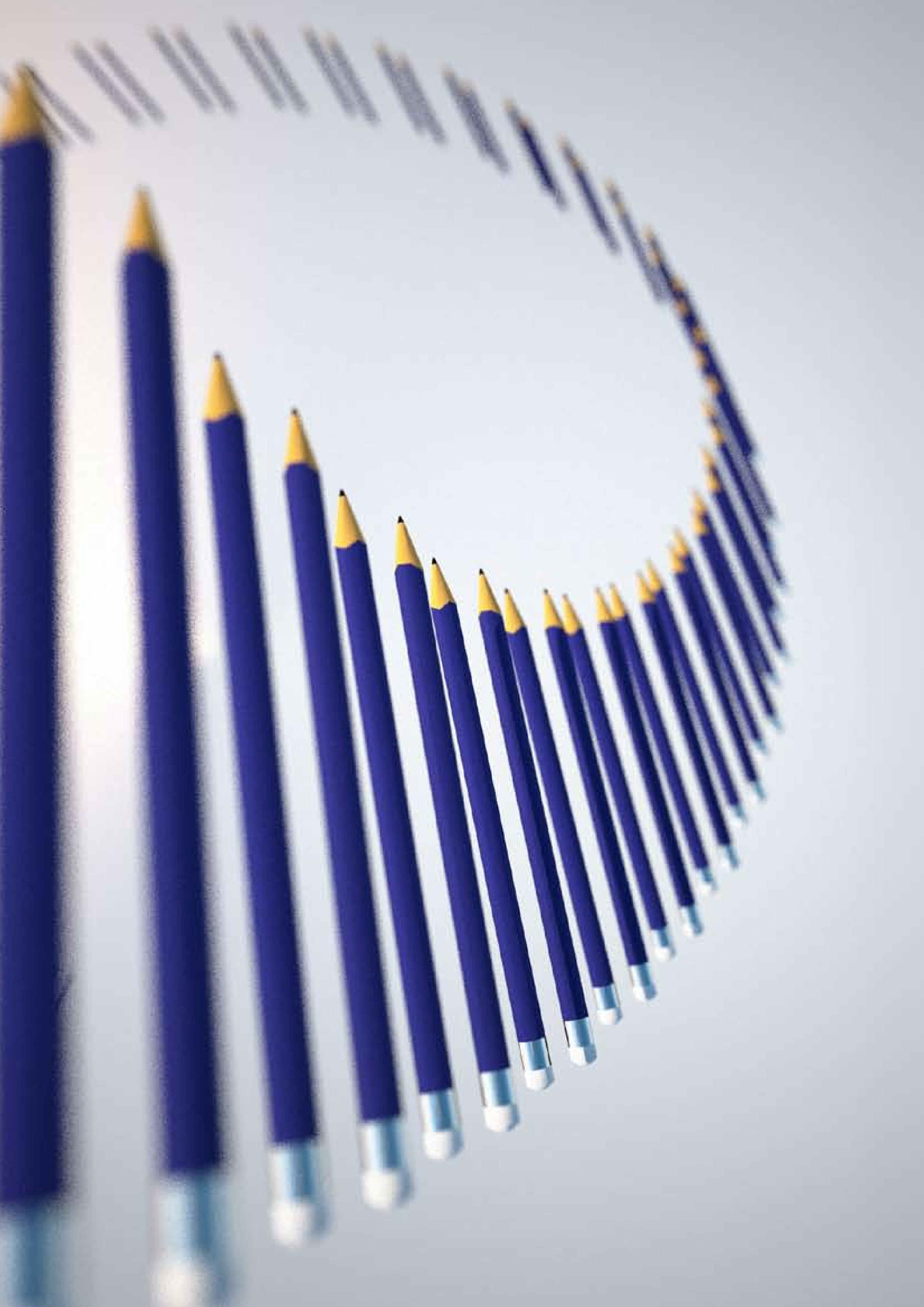
Colega Professor(a):

Walter Benjamin diz que "a força da estrada do campo é uma, se alguém anda por ela; outra, se a sobrevoa de aeroplano. Assim também é a força de um texto: uma se alguém o lê, outra se o transcreve. Quem voa vê apenas como a estrada se insinua através da paisagem e, para ele, ela se desenrola segundo as mesmas leis que o terreno em torno. Somente quem anda pela estrada experimenta algo de seu domínio e de como, daquela mesma região que, para quem voa, é apenas planície desenrolada, ela faz sair, a seu comando, a cada uma de suas voltas, distâncias, belvederes, clareiras, perspectivas..."

Os textos elaborados para o Curso de Pedagogia a Distância – PEDEaD para Professores foram pensados para serem transcritos. Mais que isso, para que, ao percorrê-los, você, leitor(a)-professor(a), possa estabelecer diálogo com os autores - que sugeriram antes um roteiro, um percurso -, com os mediadores, com seus colegas, com seus alunos; enfim, com todos que, direta ou indiretamente, são afetados pelos conhecimentos que os módulos pretendem transportar. Assim, esperamos que você, ao transcrever os textos que fazemos chegar a suas mãos, ao "caminhar" por eles, possa integrar os conhecimentos anteriormente percorridos a esses novos caminhos tos pelos autores.

Desejamos que seu trabalho continue profícuo e, sobretudo, prazeroso. E que, de fato, possamos continuar nossa "caminhada".

Receba nosso abraço



1 A construção do significado do número natural e de suas operações

Objetivos: analisar o papel da educação matemática no desenvolvimento do processo de contagem, da compreensão de quantidades e da escrita numérica pelo aluno.

1.1 Os conhecimentos prévios da criança - um mundo a ser organizado

Você, professor(a), certamente já observou que a criança começa a construir seu conhecimento do número natural por força de sua vivência no contexto físico-social. Aprende a dizer quantos anos tem, a recitar a seqüência numérica, a identificar pequenas quantidades de figuras ou lápis, a conhecer preços e a falar sobre quantidades muito maiores: cem, mil, milhão, trilhão, entre outras.

Você também deve ter observado que esse conhecimento se dá, inicialmente, de modo globalizado e superficial, com lacunas de compreensão. Ela pode saber recitar a seqüência dos nomes dos números, mas não sabe contar corretamente: vai falando os números e apontando para as coisas a serem contadas com pressa, de modo indiscriminado, atrapalhando a correspondência entre cada número que diz e os objetos que aponta. Também tem dificuldades na comparação. Pode não saber, por exemplo, quem é o maior: 7 ou 9; o quanto o 100 é maior que o 90; quantos 1.000 há no milhão, e assim por diante.

A escola não pode se impressionar com a sapiência das crianças nem menosprezar esse conhecimento. Cabe a ela preencher e dar um significado mais consistente às falas quantitativas dos alunos. Embora haja metas claras a serem atingidas (conhecer as quantidades iniciais, contar de 10 em 10, conhecer os números intermediários, contar de 100 em 100, compreender as regularidades da escrita numérica, etc.), duas questões se colocam:

1. Esses conhecimentos não serão adquiridos por uma mera reprodução decorada. De pouco adianta fazer com que os alunos copiem números em seqüência, cantem os números de 10 em 10, se pararmos aí. As crianças têm uma grande capacidade de memorização, mas só isso não garante a aprendizagem dos números com compreensão, o que vai possibilitar o entendimento das operações. É preciso que se vivenciem esses conhecimentos, que se reflita sobre eles, que se possa conflitá-los, que sejam mentalizados em níveis sucessivos de compreensão e aprendizagem.

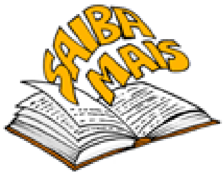
2. Essas etapas não podem se prender a uma cronologia rigorosa. Embora o professor possa ter metas prioritárias, como a de fazer os alunos compreenderem e relacionarem as quantidades de 1 a 9, ele, constantemente, terá de sair desse caminho, sob pena de tornar a sua aula tediosa e desinteressante para os alunos, que "conhecem" os números maiores e falam em números maiores. O professor terá de prever, simultaneamente, outras metas como a de contarem, compreenderem e relacionarem quantidades de 10 em 10 e, ainda mais, terá que prever o atendimento a demandas súbitas. Por exemplo, sobre quem é maior: um milhão ou novecentos e cinqüenta mil.

1.2 Centrando a atenção nos números iniciais - sem descuidar dos outros

A identificação de quantidades pela criança tem forte embasamento na contagem e na percepção visual. Por volta de dois anos, a maioria delas reconhece a quantidade dois, é capaz de dizer dois ao ver um brinquedo em cada mão da mãe. Ao pegá-los, freqüentemente os conta: um, dois. Para reconhecer três ou quatro objetos, crianças um pouco maiores fazem apelo à contagem, embora possam, algum tempo depois, identificar prontamente 3 ou 4 bolinhas na face de um dado, pela percepção visual. Saber recitar os nomes dos números - a cadeia numérica verbal - em ordem correta, e saber usá-la adequadamente para a contagem são práticas importantes nessa fase.

1.2.1 O entendimento do papel da cadeia numérica verbal

Decorar a cadeia numérica verbal é uma atividade muito apreciada pelas crianças que, por volta dos dois anos, sabem "recitar" de 1 a 10 ou até mais. Ela poderá ser um instrumento auxiliar na aprendizagem dos números, se o professor souber utilizá-la convenientemente.



Delhaxhe e **Godenir** são professores belgas, que fazem estudos sobre a construção de idéias matemáticas na Educação Infantil. Livro: *Agir avec le nombre*. Bruxelas: Labor, 1992.

A seguir, apresentaremos algumas idéias matemáticas que foram adaptadas de **Delhaxhe** e **Godenir** (1992).

Ao olharmos o conjunto, observamos que a cadeia numérica verbal:

- apresenta termos arbitrários (palavras da cadeia), estabelecidos por mera convenção, como um, dez, treze, quarenta, cem.

- apresenta termos que têm uma expressão aritmética, em que a quantidade é expressa por uma decomposição aritmética dos termos usados. Essa decomposição efetiva-se por uma soma (vinte e três, por exemplo) ou por um produto (dois mil). A existência desses números torna o sistema praticável, pois seria muito custoso possuir um termo arbitrário a ser memorizado para cada número.

- apresenta uma estrutura que supõe a memorização de termos e de sua ordem, mas igualmente supõe a compreensão de regras de formação dos números expressas por uma decomposição aritmética - regras que fazem a economia do sistema (DELHAXHE e GODENIR, 1992).

A aprendizagem da enumeração verbal dos números não pode se resumir a uma simples memorização de uma seqüência de palavras ordenadas. Essa aprendizagem decorada é necessária no início da apropriação dos primeiros termos da cadeia, a saber: as unidades de 1 a 9, as dezenas e o nome dos números de 11 a 15. Fora isso, a criança deve descobrir e aplicar as regras lingüísticas que sustentam a organização do sistema (FAYOL, 1989, citado em DELHAXHE e GODENIR, 1992).

1.2.2 A enumeração ou contagem

O conhecimento da cadeia numérica verbal é necessário para o processo de contagem, mas, mesmo seu domínio perfeito, não garante por si o sucesso na contagem ou enumeração.

Por enumeração entendemos a utilização das palavras-número para quantificar, isto é, para estabelecer precisamente a quantidade de objetos ou o número de elementos contidos numa coleção.

Aparentemente, é uma atividade simples, mas envolve a compreensão e coordenação de diversas competências, assentando-se sobre quatro pontos fundamentais:

- A utilização ordenada dos nomes da cadeia numérica

Este princípio corresponde à utilização da lista ordenada de nomes dos números. As palavras da cadeia numérica devem ser pronunciadas numa ordem permanente. Num jogo de boliche, uma criança derruba cinco peças. Um coleguinha diz: Você derrubou bastante: 4, 5, 9, 6, 7. Cabe ao professor intervir: Vamos contar novamente, em ordem: 1, 2, 3, 4 e 5. Você derrubou 5, é bastante!

- A correspondência única

Para enumerar ou contar corretamente, é preciso não contar duas vezes o mesmo objeto e não esquecer nenhum. Cada objeto deve estar pareado a uma palavra, e a uma só, da cadeia numérica. Crianças pequenas têm dificuldade para identificar a quantidade de bolinhas num dado, fazendo corretamente a correspondência entre a contagem e as bolinhas. Se aparecem três bolinhas no dado, ela pode contar 1, 2, omitindo uma; ou pode contar 1, 2, 3, 4, atribuindo duas palavras a uma mesma bolinha.

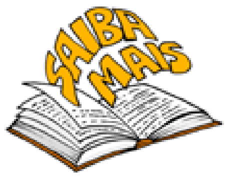
- A organização da ordem de contagem (invariância ou conservação do número)

A sucessão na qual os objetos da coleção devem ser contados não tem importância, mas é necessário que a criança saiba distinguir os que já contou dos que ainda deve contar. Mesmo que a criança mexa nos objetos (por exemplo, para separar os que já contou), o resultado da contagem será conservado, qualquer que seja o arranjo espacial feito. Isso não é tão evidente para as crianças. Como diz **Kamii** (1989), "Muitas crianças de quatro anos podem enfileirar tantos pedaços de isopor quanto os que a professora colocou numa fileira. Contudo, quando sua fileira está esparramada, ficando mais comprida que a da professora, muitas delas acreditam que agora elas têm mais do que a professora."

Uma professora colocou cinco velinhas sobre o bolo de um aniversariante, contando-as uma a uma. Ela indagou: "coloquei cinco?" Ele diz: "sim." Depois a professora gira o bolo e pergunta: "e agora, ainda há cinco velinhas?" A criança, surpresa, diz: "Não sei, preciso contar."

- O princípio cardinal

Contar não é somente ir dizendo os nomes dos números e aplicá-los, um após o outro, aos elementos. Contar é quantificar. O último número-palavra pronunciado designa a quantidade de objetos contidos na coleção. Essa última etiqueta, atribuída ao último objeto, tem um significado especial: ela nos informa a quantidade de elementos da coleção. Em termos matemáticos, ela nos informa

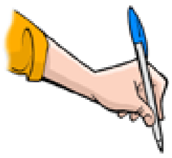


Constance Kamii nasceu na Suíça, filha de pais japoneses. Reside nos Estados Unidos, onde fez doutoramento em Educação e Psicologia. Foi aluna e colaboradora de Piaget. É professora universitária de Educação e tem realizado várias pesquisas em sala de aula, com ênfase no ensino e aprendizagem da matemática.

qual é o cardinal da coleção.

Muitas crianças contam corretamente uma coleção de objetos até cinco. Inquiridas sobre quantos há, dizem, por exemplo, que há três, ou respondem corretamente à pergunta sobre quantos há, mas, se perguntamos "onde tem cinco?", elas apontam o quinto e dizem: aqui.

Falta a percepção de que o processo de contagem informa a quantidade de elementos e que essa quantidade é uma propriedade da coleção, não do último elemento contado.



Com base no que foi apresentado, faça uma lista de procedimentos que, no seu entendimento, caracterizam um processo de contagem bem articulado, com competência.

1.2.3 A identificação dos pequenos números e das relações entre eles

Mesmo crianças de seis ou sete anos podem necessitar de uma melhor estruturação do seu conhecimento dos números iniciais. Mas o trabalho, a cada dia, com cada um desses números, que poderia motivar crianças de dois a quatro anos, já não desperta o mesmo interesse em aprendizes no início da escolaridade formal, quando a criança está com seis ou sete anos.

Essa prática, contudo, era, e às vezes ainda é, comum no início dos livros de matemática dessa fase. Como alternativa, atividades lúdico-didáticas e exploração de situações do cotidiano levarão as crianças a consolidarem esse conhecimento, sem se aborrecerem.

Batalha

Primeira versão:

Cerca de 12 pares de cartelas (tipo carta de baralho), cada uma apresentando uma coleção de pequenas coisas, com quantidades variando de 1 a 12. Para cada quantidade, há duas cartelas com esse quantitativo de objetos.

Os alunos jogam em duplas. Embaralham as 24 cartelas e as distribuem entre os dois, colocando-as viradas para baixo, uma para cada um, até terminarem. Em cada jogada, os dois viram simultaneamente a cartela que está no topo de sua pilha e comparam as quantidades. O aluno que tiver a cartela com maior número de objetos pega para si as duas cartelas: a sua e a do colega. Em caso de empate, dá-se a "batalha": os alunos viram mais duas cartelas e vêem quem ganhou. Este deve ficar com as quatro cartelas.

Segunda versão: análoga, usando 12 cartelas com desenhos e 12 cartelas com os números correspondentes. Cada conjunto deve ser embaralhado e distribuído separadamente.

Terceira versão: dois conjuntos de 12 cartelas com números de 1 a 12. Embaralhar e distribuir.

A atividade acima permite uma revisão e um nivelamento dos conhecimentos dos números do 1 ao 12. Precisarão exercitar contagem, comparações (coleção/coleção; coleção/número e número/número), bem como reconhecimento de símbolos numéricos.

É preciso não esquecer que, embora centrando a atenção em atividades que envolvem quantidades até 10 ou 12, o professor deve estar atento para satisfazer a curiosidade das crianças sobre números maiores.

Observemos situações ou perguntas envolvendo números maiores, que podem ocorrer quando se trabalha com os números iniciais:

"Hoje é dia vinte e cinco"

Poderá ser informada a escrita do número e recitada a cadeia numérica até ele, fazendo os alunos notarem que passou pelo 10, chegou ao 20 e ainda passou.

Algumas crianças já sentem curiosidade sobre a escrita, dizendo: "para escrever vinte e cinco, só escreve 25, não tem o zero do vinte..." Uma explicação rápida, nesse momento, seria: "é, não tem, senão o número fica muito comprido. Então o 2 nesse lugar fica valendo 20".

Um preço do qual ouviram falar: cento e trinta e dois reais...

Usar dinheiro simulado para, juntando notas de 10 reais e de 1 real, chegar a formar a quantia. Também poderá ser mostrado que, ao contar de 10 em 10, chegaram ao 100, e que poderão trocar essas notas por uma de 100.

1.2.4 O reconhecimento e escrita dos símbolos numéricos dos primeiros números

Crianças podem aprender a identificar os símbolos numéricos do 1 ao 9 muito cedo, por volta dos dois anos, ainda que sem atribuir-lhes significados corretos. Aos seis ou sete anos, a maioria das crianças já sabem ler números, embora nem sempre saibam escrevê-los. **A identificação do símbolo numérico precede a habilidade escrita.**

A compreensão dos números e de suas relações pode desenvolver-se bastante, mesmo sem a capacidade de grafia dos números. Essa é uma habilidade a ser desenvolvida de modo cíclico, não necessariamente na ordem numérica crescente. Crianças podem ter interesse em escrever o três, o oito, ou o sete. Experiências devem ser exploradas como, por exemplo, a de salientar o caminho percorrido para a escrita de cada um desses símbolos, as formas parciais que aparecem. **O recobrimento com o dedo ou com o corpo desse traçado pode ajudar as crianças a desenvolverem essa competência.**

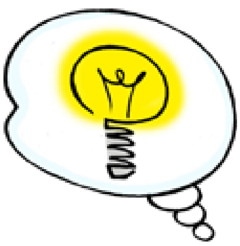
1.2.5 Implicações pedagógicas

O principal foco do professor, nessa fase, está em fazer a criança agir com o número - em jogos, atividades lúdico-didáticas ou corporais e explorando situações do cotidiano - lembrando que as principais competências a serem atingidas são a enumeração, a construção de relações entre os números (em particular, da ordenação) e as primeiras operações de adição.

Como exemplos de situações didáticas, citamos:

Atividades de contagem ou enumeração

A vida na sala de aula e na escola oferece, regularmente, ocasiões de quantificação como, por exemplo, a contagem dos alunos presentes na sala de aula, dos cadernos distribuídos, das lancheiras, das crianças na fila para beberem água, etc. O professor deve propor que a turma escolha um jeito para contar os alunos, decidindo de qual fileira ou mesa irão começar, se há a necessidade de todos ficarem nos seus lugares, se há a necessidade de saberem exatamente quais alunos já foram contados, se há a importância de dizerem os nomes dos números corretamente, etc. Além disso, deve-se estimular a percepção de que o número contado corresponde ao total dos alunos da sala e, ao contarem em outra ordem, ou com os alunos em outros lugares, ainda obterão o mesmo número.



O professor deve ainda explorar competências relacionadas, como:

- se já há 26 crianças na classe, cogitar quantos haverá quando chegar mais um (noção de sucessor);
- se havia 12 crianças numa fila (já contadas) e chegam mais três, estimular a contagem a partir do 12, em vez de recomeçar a contagem.
- Quais outras formas você poderá encontrar para estimular o aprendizado dessas competências?

Atividades de exploração de pequenas quantidades

Situações cotidianas, como o número de velinhas num bolo ou o número de objetos sobre a mesa de cada aluno, devem ser exploradas e questionadas. Há inúmeras atividades lúdico-didáticas que propiciam melhor compreensão dos números iniciais, como:

Cartela cheia

Material

Uma cartela retangular quadriculada (pode ser com 24 (6x4) - como ilustrada a seguir - 48 (6x8) ou 50 (5x10) quadrinhos). Cada dupla de crianças recebe uma cartela, um dado comum e marcadores (tampinhas que caibam nos quadradinhos).

Modo de jogar

Cada criança joga o dado, identifica quantas bolinhas apareceram, toma a mesma quantidade de marcadores e vai preenchendo com eles a cartela, na mesma ordem da escrita: começando em cima, indo para a direita até o fim da carreira, passando para o início da carreira seguinte.

A atividade termina quando a dupla preencher a cartela. Pode ocorrer de chegar a hora do recreio antes que as cartelas estejam cheias. Uma comparação de qual cartela está mais cheia pode ser feita não pela contagem 1 a 1, mas pelo número de linhas já preenchidas e as casas preenchidas da última linha (desde que todos tenham recebido cartelas iguais).

No decorrer do jogo, o professor deverá percorrer a sala, verificando possíveis dificuldades na tomada correta do número de tampinhas, correspondentes ao indicado no dado (o fato de as crianças estarem em dupla e interagirem, favorece a boa realização da tarefa). O professor deverá, ainda, verificar se a criança sabe quantas bolinhas aparecem no dado e estimular a contagem.

Havendo curiosidade sobre o total de tampinhas nas cartelas, o professor poderá contá-las junto com as crianças.

Jogo do Forma 10

Material

Uma caixa com cerca de 100 palitos de picolé, elásticos circulares e um dado comum para cada grupo de cinco crianças (o professor poderá realizar a atividade com apenas um grupo, enquanto os outros fazem outra coisa).

Modo de jogar

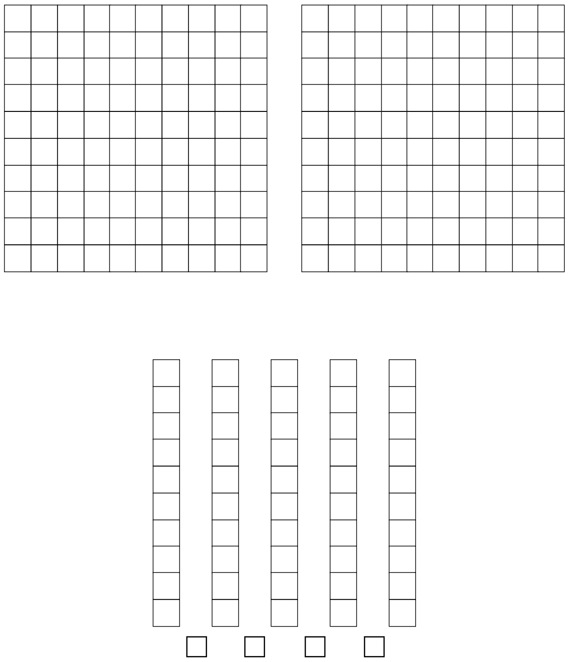
Cada criança, na sua vez, joga o dado e pega a mesma quantidade de palitos da caixa. Deve-se sempre contar quantos palitos ela tem na mão. Ao formar 10 unidades, deve prendê-los com um elástico. Ganha quem formar primeiro um determinado número de grupos de 10 unidades, a ser determinado no início do jogo.

Observação: não há qualquer intenção de se explorar a idéia de dezena. A atividade é importante por propiciar repetidas contagens de quantidades até dez e o estabelecimento de relações entre elas, como: "eu tenho oito, quero ganhar dois ou mais no dado, para poder fazer um grupo".

Muitos jogos podem ser encontrados nos livros de Constance Kamii, como A Criança e o Número, Reinventando a Aritmética, entre outros.

Faça uma pesquisa na internet sobre jogos ou atividades lúdicas na aprendizagem de números. Se você encontrar alguns deles, comente-os, enfatizando a sua validade para essa aprendizagem e o que você achou de mais relevante neles.

1.3 Indo além dos primeiros números



Professor, você leu anteriormente sobre uma fase em que deve ser dada ênfase ao entendimento dos primeiros números e das relações entre eles, sem deixar de falar sobre números maiores que despertem o interesse da turma. Agora, você vai ler sobre outra fase, em que a prioridade estará nos números formados por algumas dezenas, com incursões em números maiores.

Estamos tratando de números com dois algarismos. Tradicionalmente, tem aparecido a tentativa de passar às crianças a idéia de valor posicional do algarismo: em 45, o 4 está na ordem das dezenas e o 5 na ordem das unidades.

Maria Montessori (1971), em obra publicada inicialmente em 1934, dizia:

"Tornar acessível às crianças o sistema decimal é coisa factível praticamente e de uma simplicidade tão evidente que o sistema decimal pode converter-se num joguinho adaptado a uma criancinha."

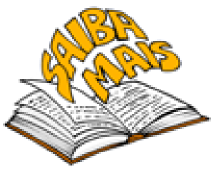
Ela trabalhava com um material feito de contas douradas, isoladas, agrupadas em fileiras com 10, em quadrados com 100 e em cubos com 1.000. Esse material deu origem ao material atualmente conhecido como **material dourado**, feito de madeira clara, com cubinhos isolados, barras equivalentes a 10 cubinhos (com marcas indicando essa equivalência), placas equivalentes a 100 cubinhos, também marcadas, e cubos maiores, equivalentes a 1.000 cubinhos.

Nas últimas décadas, os livros didáticos trouxeram extensivas representações gráficas desse material, aconselhando a simultânea manipulação do material concreto. Quase sempre, essas representações eram acompanhadas do que se chama **Quadro Valor de Lugar (QVL)**, no qual, com traços ou pequenos círculos, indica-se a quantidade de unidades, dezenas etc.

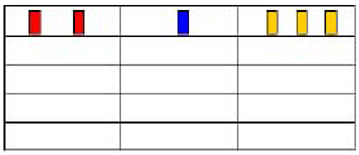
QVL		
Centenas	Dezenas	Unidades
		

QVL		
Centenas	Dezenas	Unidades
	4	5

Outro material usado foi o **quadro de pregasa**, que é também um QVL, no qual são usadas fichas de cores diferentes para indicar unidades, dezenas e centenas.



O QVL é um papel pardo todo pregueado na horizontal, dividido em três colunas largas. Em cada coluna, colocam-se algumas fichas retangulares coloridas (nunca chegando a 10). Na primeira coluna, as fichas são todas vermelhas; na segunda coluna, são azuis; e, na terceira, são amarelas, por exemplo. As laterais são feitas de modo a dar a idéia de pregas. As fichas devem parecer encaixadas.



A ação de trocas esteve sempre associada a essas propostas pedagógicas: trocar 10 cubinhos por uma barra; 10 barras por uma placa, 10 placas por um cubo maior. Ou trocar 10 fichas de determinada cor por uma ficha de outra cor.

Mais recentemente, a questão da aprendizagem formal do valor posicional do número, na 1ª e 2ª séries, vem sendo acompanhada e questionada por pesquisadores que investigam as concepções da criança na aprendizagem dos números. **Conseguir que o processo não seja apenas um jogo mecânico e possa contribuir realmente para o entendimento da escrita dos números não é tão simples como se pensou.**

Pesquisas constataram que essa aprendizagem formal permanece meio misteriosa e tem sido de pouca valia para a criança, na identificação da escrita numérica e em sua interpretação. Por outro lado, as investigações têm mostrado, também, como a criança se localiza, progressivamente, no âmbito de nosso sistema de numeração, com forte apoio no conhecimento social do número e nas interpretações que faz.

Desse modo, o uso de material manipulativo passou a ser visto mais como um recurso e apoio do que como fonte do conhecimento das idéias de valor posicional.

Em vez do ensino formal do valor posicional, o que se propõe é o desenvolvimento de atividades significativas que auxiliem o aluno a perceber como se dá a associação de quantidades à representação numérica.

As crianças aprendem rapidamente a contar de dez em dez, seja pela contagem de notas de dez, seja pela contagem dos dedos nas duas mãos espalmadas, a cada vez que são balançadas, assim como pela forte presença desses números no contexto familiar e social.

O professor deverá prover situações desafiadoras, que levem o aluno às primeiras percepções da articulação dos componentes de uma quantidade com sua escrita:

- com certo número de notas de 10 na mão, vai separando uma a uma e pede que as crianças "contem o dinheiro", em coro: dez - vinte - trinta - quarenta;

- avisa que tem mais algumas notas de 1 real e que eles devem continuar contando: quarenta e um - quarenta e dois - quarenta e três - quarenta e quatro - quarenta e cinco;

- escreve os dois números: 40 5;

- lê: quarenta e cinco;

- depois explica que há um modo mais curto de escrever: 45.

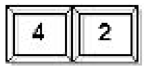
Explicações do tipo: "o 4 já significa 40" ou "o zero ficou atrás do 5" funcionam mais, do ponto de vista da lógica das crianças, do que a tentativa de fazê-las entrar na "luta com as dezenas", na expressão de Delia Lerner de Zunino.

Outra atividade que já tivemos oportunidade de utilizar muitas vezes em sala de aula e que contribui para iniciar a percepção do papel da posição dos algarismos na escrita numérica é a seguinte:

Quantos somos hoje?

Material

Um pequeno placar de cartolina (da ordem de 12x10cm) com divisórias onde possam ser inseridas duas fichas (ver figura abaixo). Fichas numéricas (5x10cm), do 0 ao 9, em duplicata.



Quantos somos hoje?

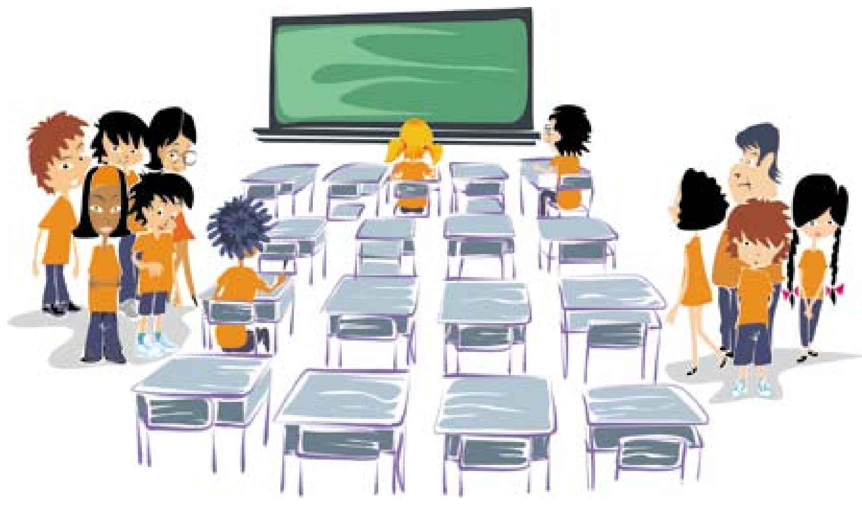
Modo de jogar

O professor propõe uma contagem diferente dos alunos em sala de aula. Aponta cada aluno, que vai dizendo, na sua vez: Um - Dois - Três - Quatro - Cinco - Seis - Sete - Oito - Nove - Dez. Quando o décimo aluno acaba de falar, esses dez alunos juntam-se, formando um grupo. A contagem, no aluno seguinte, recomeça do 1 e vai novamente até o dez, quando um novo grupo vai se formar. A contagem prossegue até que todos os possíveis grupos de dez tenham sido formados. O professor então pergunta: Quantos grupos de 10 formamos hoje? Se foram 3, propõe que a ficha do 3 seja colocada na 1ª divisão do placar. E quantos alunos ficaram fora dos grupos? Se foram 7, propõe que a ficha do 7 seja colocada na última divisória. Propõe, então, que contem quantos alunos são, no total, na sala de aula. Faz uma contagem contínua, em coro, para chegarem ao total 37 (ver figura abaixo).

Observações:

A atividade pode levar a várias percepções: de que 37 indica 30 e 7 crianças; de que o 3 sozinho indica 3 grupos de 10; de que o 7 indica os alunos que ficaram fora dos grupos.

Se chegam mais alunos na sala, os próprios alunos apontam que o 7 deve ser mudado para 8, depois para 9, depois para... Percebem que terão um novo grupo, e que o placar ficará 40.



1.4 Atribuindo significado a números maiores

Numa fase posterior, o professor poderá concentrar sua atenção no desenvolvimento de atividades que levem à compreensão de números formados por algumas centenas de unidades. A exploração de notas simuladas de 100, de modo análogo ao que foi feito com notas de 10, é bastante adequada nessa fase.

Devem ser explorados preços de produtos que custam por volta de algumas centenas de reais (brinquedos ou utilidades).

Pegando 628 reais

O professor pode dividir a classe em grupos, apresentar uma caixa com notas de 100, 10 reais e de 1 real a cada um e deixar que cada grupo decida como poderá pegar os 628 reais de que precisa. Ele acompanha os grupos, mas sem muita interferência, deixando que apareçam estratégias diferentes, que depois serão discutidas em conjunto. Pode haver uma idéia de começar, por exemplo, contando notas de 10. Nesse caso, por estarem acostumados a contar de 10 em 10, talvez eles prossigam nessa contagem, dizendo: dez - vinte - trinta - .... - cem - cem e dez (o professor pode interferir no grupo, ensinando o nome correto) - cento e vinte - cento e trinta... Esse grupo talvez continue até 620 desse modo ou, talvez, em algum momento, resolva trocar a quantia que tem, 200, por exemplo, por duas notas de 100. Em seguida, talvez recomece a pegar as notas de 10 ou talvez prossiga pegando as de 100.

Outras idéias podem aparecer. Algum grupo, por exemplo, pode ter idéia de pegar as notas de 100 primeiro.

Ao final, o professor pode narrar o que viu, pedindo a interferência dos grupos para dizer coisas que ele não viu. Deverá verificar de qual ou quais processos a turma gosta mais.

Se não aparecer em nenhum grupo o processo de pegar logo notas de 100, o professor poderá perguntar:

E se trocássemos algumas notas de 10 por uma de 100? Acham boa a idéia? Quantas notas de 10 preciso para trocar pela de 100?

É preciso cuidado com o tom e a intenção dessas perguntas. O professor pode acostumar-se a fazê-las de tal modo que já quer receber resposta afirmativa e já tem a intenção de fazer a mudança que contemple sua indagação. Nesse caso, o contrato didático cede um espaço exorbitante ao professor e a autonomia dos alunos fica comprometida. Ao invés disso, o professor deve estar atento às respostas fisionômicas e às indecisões dos alunos, e não tomar decisões por si.

Pode questionar novamente: "E aí? Trocamos ou não? Quem acha que devo trocar? Quem acha que é melhor pegar só notas de 10 e as de 1 para completar? Vamos decidir".

Em algum momento, algumas crianças — e depois a maioria — começarão a adotar essa estratégia, por ser mais rápida. O importante é não levar a criança a pensar que: "é assim que se faz na escola, mas eu não sei por quê".

Também aqui é importante questionar a escrita, dizendo a quantia que têm e escrevendo:

SEISCENTOS E VINTE E OITO

600 e 20 e 8

O professor deve lembrar às crianças que elas já conhecem um modo mais curto de escrever vinte e oito: 28.

Então terão: 600 e 28

Depois informa que aqui também temos um modo mais curto de escrever:

628

Pode dar explicações do tipo: "o 6 já significa 600" ou "os dois zeros ficaram atrás do 28". Essas explicações chamam a atenção para os mecanismos da escrita, sem uma descrição formal das regras do sistema de numeração decimal.

Há uma manipulação concreta interessante, que começa a revelar a lógica subjacente a esse sistema de escrita dos números e que foi observada em nossa pesquisa, no "Painel de Palitos", descrito a seguir:

Painel dos Palitos

Quatro caixas chanfradas foram coladas e deixadas na sala, penduradas por cordões em dois ou mais pregos na parede. Nas paredes do fundo dessas caixas havia pequenos bolsos para introdução de fichas numéricas.

Os alunos traziam diariamente de casa palitos de fósforo usados e lavados, que iam jogando na última caixa da direita, à medida que entravam.

Uma ou duas vezes por semana, dois alunos eram designados para organizar o painel dos palitos: juntavam de 10 em 10 e passavam os grupinhos de 10 para a caixa ao lado, na qual iam trabalhar em seguida. Verificavam se havia 10 grupinhos e, nesse caso, amarravam os grupos e passavam estes para a caixa ao lado. Procediam do mesmo modo na terceira caixa (se houvesse 10 grupos de 100 a serem agrupados, eles tinham que ser bem presos com fita crepe em volta (formavam um disco da altura dos palitos, com mais ou menos 20 cm de diâmetro). Uma vez organizado o material, acertavam o painel dos números: substituíam as fichas anteriores por outras, indicando o número de palitos soltos, o de grupos de 10, o de grupos de 100, o de grupos de mil. Desse modo, aparecia certa seqüência de fichas: 3, 6, 8, 5, por exemplo.

Nessa atividade, as crianças reconheciam quando formavam um grupo de cem ou de mil.

Inicialmente, identificavam a quantidade de palitos sem se preocuparem com as fichas. Diziam: tem três de mil, seis de cem, oito de 10 e cinco soltos. Procuravam dizer os nomes:

três de mil 3 mil

seis de cem seiscentos

oito de 10 oitenta

cinco soltos cinco

Depois diziam o nome da quantidade total: três mil seiscentos e oitenta e cinco

Também escreviam numericamente as parcelas:

3000
60
80
5

Questões levantadas:

- Se juntarmos os 3.000 palitos com os 600, com os 80, com os 5, serão três mil seiscentos e oitenta e cinco palitos?

- E se juntarmos os 5 com os 80, com os 600, com os 3000, quantos serão?

- Juntando 5 com 80, quanto dá? E juntando 3.000 com 600? E juntando três mil e seiscentos com oitenta e cinco?

- Essa ficha de 3 indica o quê?

- E essa ficha de 6?

- E o 8?

- E o 5?

Observamos, novamente, que nenhuma referência era feita a milhar - centena - dezena - unidade.

Mesmo assim, a investigação da representação da quantidade, frente à quantidade representada, começa a lançar alguma luz sobre o papel dos algarismos componentes dessa escrita, conforme a ordem que ocupam na escrita.

Ao longo do bimestre, cada vez mais crianças identificavam a quantia total de palitos, olhando apenas nas fichas numéricas. Algumas, contudo, ainda duvidavam que aquele fosse o total de palitos - por não terem ainda introjetado, com o uso, o funcionamento do Sistema de Numeração Decimal e o poder de sua escrita. Se viam 3 - 9 - 5 - 2 e queriam saber o total de palitos, geralmente precisavam pensar quanto havia nas duas últimas caixas (viam, sem dificuldade, que eram cinqüenta e dois); depois pensavam quanto havia nas duas primeiras (três mil e novecentos) e escreviam essas quantidades:

3000 e 900 e 52

3900 e 52

3 9 5 2

Então acreditavam que podiam ler essa quantidade como três mil novecentos e cinqüenta e dois e que a junção daqueles quatro símbolos indicava, realmente, essa quantidade.

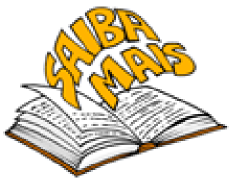
1.5 A escrita numérica

Lerner (1996) verificou, em inúmeras experiências com crianças, conflitos entre a numeração falada e a grafia escrita do número. Por exemplo, crianças que, devendo escrever mil novecentos e oitenta e nove, escrevem:

1000900809.

Ela constatou que esses alunos fazem a hipótese de que a escrita numérica é o resultado de uma correspondência com a numeração falada e que essa hipótese conduz as crianças a escreverem notações numéricas não convencionais, como acima. Ela lembra que a numeração escrita é mais regular e, ao mesmo tempo, mais **hermética** que a numeração falada. A numeração falada permite certa interpretação intuitiva: ao falarem mil novecentos e oitenta e nove, percebem de algum modo, ou passam a perceber, gradativamente, haver uma junção de mil com novecentos (ou 9 de cem), com oitenta (8 de 10), com 9. Já na numeração escrita, as potências de 10 não vêm explicitadas, mas só podem ser deduzidas da posição que ocupam os algarismos correspondentes. Além disso, há um ocultamento das operações aritméticas subjacentes. Pensar que, no número 1989, 1 já representa mil, o primeiro 9 representa 900, o 8 representa 80 e o segundo 9 é 9 mesmo, e que tudo isso deve ser juntado, não é uma tarefa simples para as crianças.

Realmente, a falta de uma correspondência natural entre o modo como os números são falados e o modo como são escritos é um obstáculo a ser ultrapassado na aprendizagem dessa escrita.



Hermética:

Relativo às ciências ocultas, fechado de maneira a impedir a entrada e a saída do ar; selado.

Derivação: por extensão de sentido. Difícil de entender e/ou interpretar; obscuro, ininteligível.

A nosso ver, essa tendência de se escrever como se fala ocorre, com mais freqüência, com crianças que desenvolvem bastante a competência numérica oral, mas trabalham pouco a escrita dos números; ou ainda com crianças que trabalham bastante a escrita de números, mas sem qualquer reflexão. É o que se passa com crianças que escrevem constantemente seqüências de números: do 1 ao 100, do 100 ao 200, etc. Quando as escrevem, observam apenas o mecanismo pelo qual registram o próximo membro da seqüência, sem preocupação com a quantidade representada. Ao ouvirem, isoladamente, determinado número e ao serem solicitadas a escrevê-lo, não associam com a atividade mecânica realizada, mas antes com as palavras pronunciadas e com as representações numéricas básicas que dominam com mais facilidade.

Essas representações numéricas básicas são as potências de 10: 10 - 100 – 1.000 – 10.000 etc e seus múltiplos:

10 - 20 - 30 - 40 - 50 - 60 - 70 - 80 - 90 -

100 - 200 - 300 - 400 - 500 - 600 - 700 - 800 - 900 - ....

A ordenação de números e as operações numéricas como base para o entendimento da escrita.

Em **Lerner** (1996), podemos encontrar interessantes situações que levam as crianças a questionarem realmente como decidir pela ordenação de números não-consecutivos. Por exemplo, associar números de balas contidos em diferentes embalagens (de 4, 26, 62, 30, 12 e 40 balinhas) com os preços desses pacotes em centavos (45, 10, 40, 60, 25, 85). Ela comenta que há uma lógica compartilhada pela maioria: quanto mais balas, maior é o preço.

Além disso, as crianças passam a estabelecer critérios para essa comparação dos números: "o primeiro (algarismo) é quem manda" ou "é maior se tem maior quantidade de números (algarismos)". O segundo critério leva, em certas situações, à procura pela redução da escrita do número. Por exemplo, sabem que duzentos se escreve 200, mas escrevem cento e cinqüenta como 10050. Ao serem questionadas sobre quem é o maior (os critérios são conflitantes), muitas se decidem por 10050, que tem mais números (algarismos). Se lhes perguntamos: e o que você prefere ter - 150 reais ou 200 reais? - elas optam prontamente pelos 200 e ficam surpresas com as duas ordenações que fizeram: na primeira, o "10050" era o maior, depois, é o 200 que é o maior. Esses conflitos levam as crianças a pensarem que "não precisa escrever os zeros do 100", que eles podem "ficar embaixo do 50" e, assim, chegarem à escrita 150. Desse modo, finalmente, a comparação é resolvida: 200 e 150 têm o mesmo número de algarismos, mas 200 é maior porque "o 2 é quem manda".

Por outro lado, nas estratégias espontâneas para operações aritméticas, fica claro que as crianças utilizam certa decomposição decimal dos números. Para somar 64 com 35, é comum encontrarmos o procedimento: 60 + 10 = 70; 70 + 10 = 80; 80 + 10 = 90; 90 +

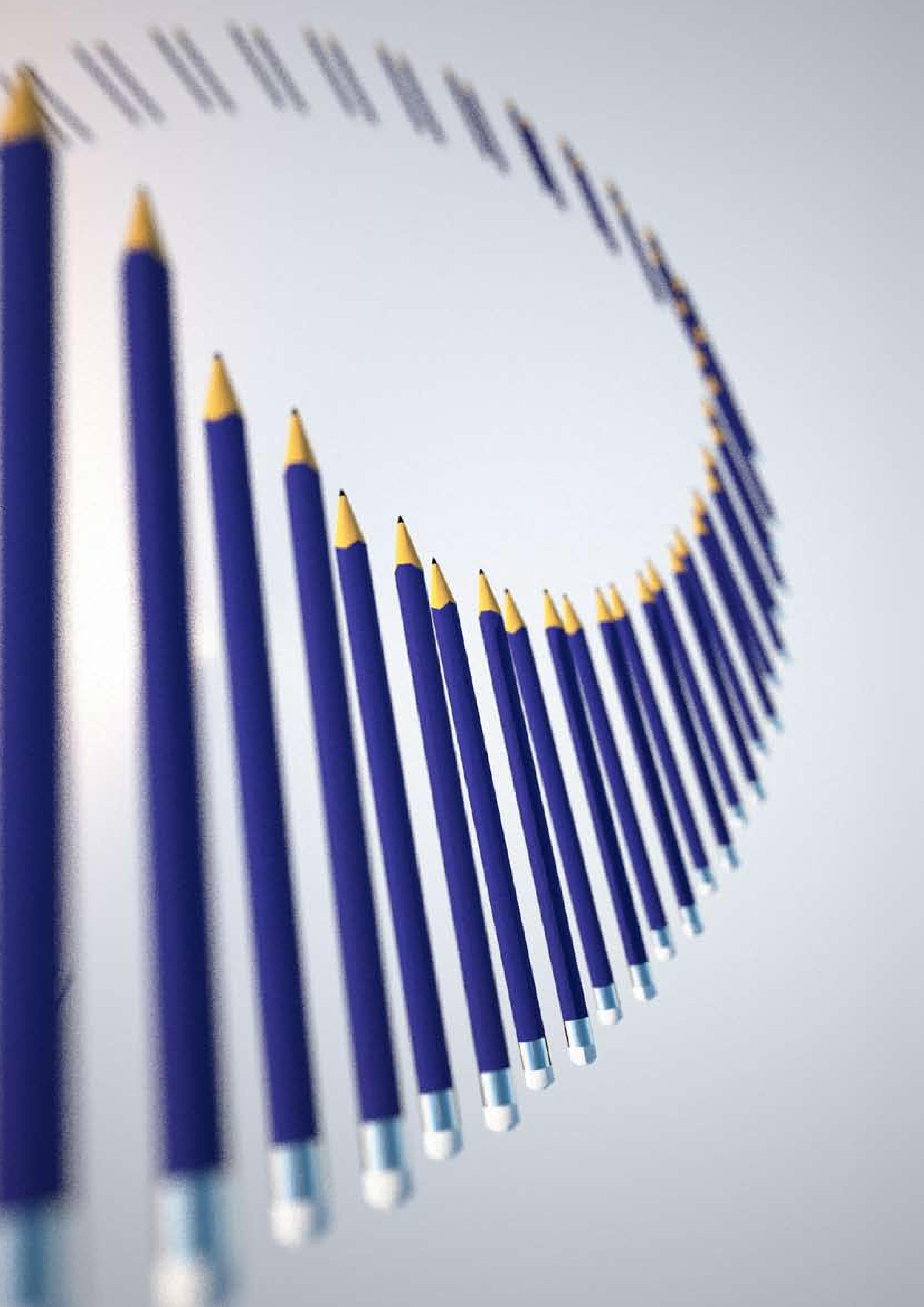
9 = 99.

Ao refletirem sobre as operações, elas percebem, por exemplo, como se transformam os números (de dois algarismos) quando se acrescenta o número 10 a eles: percebem que o último algarismo não muda e o primeiro muda para um a mais (exceto no caso desse algarismo ser 9). Esse fato - acrescentar 10 aumenta 1 no penúltimo algarismo - também influi na construção da escrita do número pelas crianças. Permite que elas descubram "leis" no sistema de escrita numérica. Somar ou subtrair 10, de modo reiterado, pode ser utilizado como via de acesso a uma maior compreensão do valor posicional.

Escolha um dos jogos ou atividades para o desenvolvimento de um tópico aqui apresentado e aplique-o em sala de aula (vários deles podem ser adaptados a qualquer série). Comente sobre tudo o que aconteceu e o que você observou. Essa atividade também vai revelar a sua capacidade de observação.

Conclusão

É comum exigir-se das crianças um conhecimento memorizado dos números e o domínio perfeito dos mesmos. Mas os conhecimentos que elas adquirem dessa escrita são progressivos e se baseiam em hipóteses que as próprias crianças fazem. Se pedirmos que escrevam do 500 ao 520, elas podem fazê-lo de modo totalmente correto. Se o pedido for do 480 ao 520, poderá haver as que se atrapalhem no prosseguimento, após o 499. Mas, se for feito um ditado e elas tiverem de escrever algum desses números, é provável que apareçam ainda algumas escritas semelhantes à numeração falada. É importante que o professor veja essa construção como um processo, procure entender as hipóteses infantis e saiba providenciar meios que as auxiliem a superar as dificuldades.



2 Situações aditivas e subtrativas

Objetivos: identificar, na vivência infantil, múltiplas situações em que as idéias de adição e subtração se entrelaçam e se complementam; refletir sobre a construção dos significados das operações e sobre os processos da criança no desenvolvimento de cálculos para a solução de problemas.

Professor(a), embora nesta seção as operações de adição e subtração sejam destacadas em separado, para um estudo com ênfase maior, lembramos que essas idéias permearam e devem permear toda a construção dos números. Situações aditivas e subtrativas forçam o aparecimento de relações numéricas e permitem construir melhor o significado dos números. Essas situações ocorrem freqüentemente no cotidiano infantil, sendo, na maioria das vezes, resolvidas por estratégias próprias. Há situações simples e evidentes, nas quais é necessário juntar ou retirar quantidades, e há situações mais complexas. A vivência familiar e social da criança apresenta uma multiplicidade de situações em que as idéias de somas e subtrações se entrelaçam e se complementam.

Uma situação com uma criança de seis anos

Uma criança dizia: "Ontem eu tinha 25 figurinhas, mas eu ganhei uma porção e agora eu tenho 34". O coleguinha perguntou: "quantas você ganhou?" A criança mexeu os dedos, contou mentalmente e respondeu: "9". Solicitada a contar como havia pensado e conseguido achar a resposta, ela disse, à medida que levantava os dedos:

"Ganhei uma e fiquei com 26;

Ganhei duas e fiquei com 27;

Ganhei três e fiquei com 28;

Ganhei quatro e fiquei com 29;

Ganhei cinco e fiquei com 30;

Ganhei seis e fiquei com 31;

Ganhei sete e fiquei com 32;

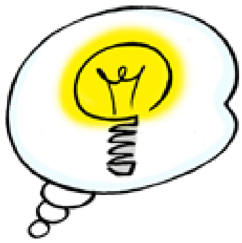
Ganhei oito e fiquei com 33;

Ganhei nove e fiquei com 34."

Essa criança conseguiu fazer, em paralelo, uma contagem dupla: ao mesmo tempo em que contava as figurinhas ganhas, controlava o processo contando com quantas havia ficado a cada vez, sabendo que, quando atingisse 34, deveria parar e lembrar-se de quantas havia ganhado.

Usualmente, numa situação como essa, ensina-se à criança a ir levantando os dedos e contando: partindo do 27, até atingir o 34. Presume-se que esse processo seja mais rápido e mais fácil. A criança pode até aprendê-lo, mas não entende bem a lógica do que lhe mandam fazer.

Nessas considerações sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, partimos do pressuposto de que essa aprendizagem se dá pela mobilização de recursos próprios do raciocínio do aluno, e que seu ensino terá de levar em conta esses recursos.



A situação descrita merece ser melhor pensada. Trata-se de uma situação envolvendo uma idéia aditiva: o aluno tinha tantas figurinhas, ganhou algumas, ficou com tantas. Conhecemos a primeira parcela da soma e o total. Queremos saber o valor da segunda parcela. Formalmente, tal situação é resolvida por uma subtração: total menos parcela conhecida. Mas, mesmo sem saber efetuar formalmente uma subtração, a criança pode ser capaz de resolver o problema, por meio de estratégias próprias de raciocínio.

Nos **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática** (PCN) do 1º e 2º ciclos, encontramos comentários sobre essas situações.

São mencionadas as investigações atuais na área de Didática da Matemática, que apontam os problemas aditivos e subtrativos como aspectos iniciais a serem trabalhado na escola, concomitantemente ao trabalho de construção do significado dos números naturais.

Da mesma forma, há problemas envolvendo idéias subtrativas que são resolvidos formalmente por uma adição. O exemplo dos PCN é: Carlos deu cinco figurinhas a José e ainda ficou com oito figurinhas. Quantas figurinhas Carlos tinha inicialmente?

2.1 Grupos de situações aditivas e subtrativas

São destacados, nos Parâmetros Curriculares Nacionais, quatro grupos de situações que envolvem adição e subtração, a serem desenvolvidas nas séries iniciais:

a) Situações associadas à idéia de combinar dois estados para obter um terceiro, mais comumente identificada como ação de "juntar".

Associada à junção de duas quantidades, aparece também a idéia de separação: é dado o total, o valor de uma das quantidades que o formam, e é pedido o valor da outra quantidade.

b) Situações ligadas à idéia de transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, que pode ser positiva ou negativa.

A partir de uma quantidade inicial conhecida, ganha-se ou perde-se alguma coisa, perguntando-se pela quantia final.

Aqui também há situações associadas: a partir de uma quantidade inicial desconhecida, informa-se certa quantia que foi ganha

Vá no portal do MEC e tenha acesso aos PCN's, especialmente ao de Matemática:

http://portal.mec.gov.br/seb/index.php?option=content&task=view&id=263&Itemid=253

ou perdida, bem como o resultado final. Pergunta-se pelo valor da quantidade inicial.

Também há situações em que a quantidade inicial é conhecida, informa-se que certa quantidade foi ganha ou perdida, sem dizer seu valor, e informa-se o estado final. A pergunta é no sentido de se saber a alteração que houve entre os estados inicial e final.

Um exemplo dado para essa última situação é: no início de um jogo, Pedro tinha 20 figurinhas. Ele terminou o jogo com oito figurinhas. O que aconteceu no decorrer do jogo?

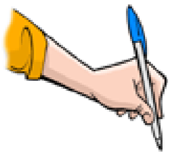
c) Situações ligadas à idéia de comparação.

Conhecida uma quantidade, pergunta-se por outra que vale tantos a mais ou a menos do que essa. Ou: conhecidas duas quantidades, pergunta-se quanto uma vale a mais ou a menos do que a outra. Ou, ainda, pergunta-se quanto falta à menor, para igualar-se à maior.

d) Situações que supõem a compreensão de mais de uma transformação.

Um exemplo dos **PCN**, para esse caso, é: no início de uma partida, Ricardo tinha certo número de pontos. No decorrer do jogo, ele ganhou 10 pontos e, em seguida, ganhou 25 pontos. O que aconteceu com seus pontos no final do jogo?

Essas considerações mostram a variedade de situações aditivas e subtrativas que o professor tem a explorar, ao longo das séries iniciais, as quais, resolvidas inicialmente por estratégias pessoais, devem gradativamente ser associadas, com compreensão, aos algoritmos que as resolvem.



Professor(a), faça o seguinte:

Escolha dois livros de matemática, de 1ª e 2ª séries, de um mesmo autor.

a) Procure nesses livros problemas que sejam exemplos distintos das situações aditivas e subtrativas dos diversos grupos mencionados, considerando as variações existentes em cada grupo.

b) Apresente os problemas encontrados e, em cada um, responda se ele for trabalhado no livro ou apenas proposto.

2.2 As estratégias pessoais dos alunos em situações aditivas e subtrativas

Professor(a), você tem inúmeras oportunidades de observar exemplos de estratégias pessoais de cálculo elaboradas pelo aluno. Valorize esse aspecto da ação intelectual do aluno e aceite-a como um procedimento lógico, embora não sistematizado.

Vejamos alguns exemplos desses procedimentos:

1) A criança está na casa 15, no longo caminho de um jogo de tabuleiro, e o professor indaga quantas casas faltam para que atinja o final, na casa 60. Ela diz: "Não sei... não posso saber". O professor insiste: "Veja, é fácil, você poderia contar. Mas acho que você pode saber mesmo sem contar". A criança parece entender o que esperam que faça e diz alto: "Até o 20 são 5... e depois 30, 40, 50, 60. São 45". O professor apóia: "Viu como foi fácil? Você fez bem rápido!" Pede-lhe que escreva isso. Ela registra os mesmos números que falou:

15 5 20 30 40 50 60 45

O professor não parece muito satisfeito, mas, antes que diga alguma coisa, a criança, pensativa, acrescenta: É, mas não sei se é esse número mesmo. Porque eu posso cair numa casa que manda voltar, e aí vai ser mais.

A recusa da criança no início e a seqüência, aparentemente sem sentido, poderiam encobrir o que a criança demonstrou: competência em relacionar números e raciocínio capaz de considerar hipóteses e perceber a incerteza do resultado.

2) Para somar 57 e 42, um aluno faz:

60 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100 100 - 1 = 99

E explica: tirei o 2 do 42 e coloquei no 57, deu 59, mas é mais fácil pensar 60, e somei todos dez do 40. Mas precisa tirar 1.

3) (LERNER, 1996, p. 135) Diante de um problema que se resolve somando 13 e 20, Mariano (1ª série) antecipou que o resultado era trinta e três. Quando a professora lhe pediu que explicasse como havia chegado àquele resultado, ele respondeu: "No treze há um dez e no vinte há dois dez mais, então são dez mais vinte que é trinta, e três do treze, dá trinta e três".

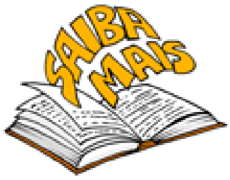
4) (LERNER, 1996, p. 139) Frederico, para resolver o problema no qual precisa somar 39 e 25, anota:

30 + 20 = 50

50 + 9 = 59

59 + 5 = 64

2.3 Construindo o algoritmo da adição



Um **algoritmo** é uma seqüência de instruções que é executada até atingir determinado resultado. Mais especificamente, em matemática, constitui o conjunto de processos (e símbolos que os representam) para efetuar um cálculo.

A resolução de situações-problema por estratégias de contagem e por decomposição de quantidades permite à criança estabelecer relações numéricas, atribuir significado às operações, o que ainda lhe será muito útil em cálculos mentais na vida diária.

Mas a escola deve possibilitar aos alunos a aquisição de um recurso a mais na solução de situações que são resolvidas por uma adição: a construção, com compreensão, de algoritmo sistematizado dessa operação.

Para isso, a explicitação da numeração falada, acompanhada de alguma compreensão de como as quantidades são organizadas para serem escritas, pode ser um bom auxílio à compreensão do processo.

Quando propomos a soma 26 + 43, podemos sugerir que as crianças escrevam como se fala:

20 e 6	Nessa forma, os alunos tenderão a colocar
+ 40 e 3	o resultado na forma 60 e 9.

O professor deverá explorar melhor cada soma parcial. Deve-se verificar se conseguem dizer por que 20 + 40 dá 60, se têm certeza sobre isso.

Vamos lembrá-los, contudo, da forma correta de escrever os números. Lembramos que o 2 está representando o vinte, que o 4 está representando o 40. Dessa forma, fazemos a soma por colunas:

26
+ 43
69

No caso da soma com recurso, o procedimento pode ser semelhante. Suponhamos que devemos somar 38 com 24. Escrevendo como se fala:

30 e 8	Se disserem que dá 50 e 12, vamos estranhar esse número,
+ 20 e 4	dizer que nenhum número é falado assim.
50 e 12	
10 e 2	Se preciso, indagar se no 12 não tem um número do tipo do 30
60 e 2	e do 20. Lembrar que o 12 é 10 e 2

Escrevendo os números da forma correta:

1

38 Aqui explicamos que 8 e 4 dá 12.
+ 24 Mas escrevemos apenas o 2 embaixo, porque o 1, que significa
62 10, vai junto com o 3 e o 4, que significam 30 e 40.

Outros procedimentos que podem dar boa compreensão ao algoritmo são ações com materiais concretos, ou representações de fatos concretos significativos para os alunos.

Nesse sentido, podemos procurar saber o total de alunos em duas salas, sabendo que os quadrinhos do "Quantos somos hoje?", em cada sala, estavam assim:

3	9
4	1
8	0

As crianças sabem bem o significado: em uma sala, há nove crianças fora de grupos e três grupos de 10 crianças; na outra sala, há uma criança isolada e quatro grupos de 10 crianças. Se juntássemos as crianças das duas salas, formaríamos um novo grupo de 10, e não sobraria nenhuma criança fora dos grupos.

O algoritmo da adição, acompanhado de argumentos coerentes e apoios significativos, não apresenta dificuldade aos alunos. Pode ser desenvolvido já na 1ª série.

2.4 Construindo o algoritmo da subtração

A situação é diferente no que se refere ao algoritmo da subtração. Inicialmente, mostraremos que o algoritmo usualmente ensinado não corresponde ao pensamento intuitivo e às estratégias próprias das crianças, e que elas tendem a operar de um modo, cuja lógica é mais simples do que a do algoritmo usual. Em vista disso, não consideramos adequado o algoritmo usualmente adotado e defendemos a utilização, pelo menos nas séries iniciais, de outros mais próximos do pensamento infantil.

O algoritmo usual de subtração ensinado na escola opera por colunas (começando da última), retirando do número de cima, em cada coluna, o número que está indicado embaixo, na mesma coluna.

Se, em determinada coluna, o número de cima é menor que o correspondente de baixo, procede-se ao recurso do "empresta 1".

714
684 - Na última coluna, 4 é menor do que 7.
257 Retira-se 1 elemento da coluna vizinha, à esquerda. O 8, então, fica 7, o 4
427 fica valendo14.

Fazemos as subtrações por coluna:

14 - 7 = 7 ; 7 - 5 = 2 ; 6 - 2 = 4.

Crianças que ainda não aprenderam esse algoritmo não o adotam espontaneamente, conforme pudemos observar em nossas pesquisas realizadas em um projeto vinculado à UnB/CAPES/SPEC, desenvolvido no Laboratório de Ensino de Matemática da Universidade de Brasília (85 a 89), denominado *Um novo currículo de matemática da 1ª à 8ª série*.

Quando percebem que do 4 não podem tirar 7 (obtendo como resultado um número natural), elas manifestam, habitualmente, dois procedimentos:

1) Pegam em material concreto, ou imaginam mentalmente tomar uma das dezenas do 8, e, dessa dezena, retiram prontamente os 7 que devem retirar (restando 3).

2) Pegam em material concreto, ou imaginam mentalmente tomar uma das dezenas do 8, e, dessa dezena, retiram apenas as unidades que estão faltando para poder dar 7. No caso, como já têm 4, e precisam dar 7, pegam da dezena "emprestada" apenas 3 (restando 7).

De comum, nos dois procedimentos, há o fato de as crianças não juntarem a dezena tomada com as unidades, para fazer a retirada necessária. Mesmo quando apresentamos o algoritmo usual como uma alternativa, um modo comum que é feito pelos adultos, as crianças rejeitaram esse processo tradicional. De início, ficamos frustrados por elas não conseguirem atingir o algoritmo usual. Com o tempo, e experimentando em outros grupos (o total de crianças nas quais observamos o procedimento, em diferentes grupos e momentos, ultrapassou 500), percebemos que os procedimentos das crianças eram mais lógicos, do ponto de vista da praticidade.

Na pesquisa realizada, passamos a estudar com mais detalhes, do ponto de vista matemático, as técnicas envolvidas nos dois procedimentos.

Observemos inicialmente que, qualquer que seja o algoritmo adotado, a criança terá de fazer subtrações, coluna a coluna.

O que ocorre na prática é que, ao adotar o algoritmo usualmente veiculado na escola, que junta a dezena "emprestada" às unidades, aparecem, na última coluna, diferentes fatos da subtração (conforme a conta apresentada), mais complexos do que os que aparecem em suas estratégias próprias.

Pensemos primeiro na variedade de situações que podem aparecer para uma criança que faz contas de subtrair pelo algoritmo convencional e que necessita usar o recurso da coluna vizinha. Tendo juntado uma dezena às unidades que possuía, vamos pensar como fica esse número, após a junção: pode ir do 10 (se tinha 0, na última coluna) ao 18 (se tinha 8), passando pelos números intermediários: 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 - 16 - 17 - 18. Não obterá 19, pois, se tinha 9 nessa posição, podia tirar dele qualquer número indicado embaixo. Para cada um desses números obtidos, o número que estava embaixo também pode variar, conforme a conta apresentada.

Quando obtém 10, é porque tinha embaixo um número que podia ser 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9. Nesse caso, a subtração a ser feita, na última coluna, poderá ser uma dessas: 10-1, 10-2, 10-3, 10-4, 10-5, 10-6, 10-7, 10-8, 10-9 (9 fatos da subtração).

Quando obtém 11, é porque tinha embaixo um número que podia ser 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ou 9. A subtração a ser feita, na última coluna, poderá ser uma dessas:

11-2, 11-3, 11-4, 11-5, 11-6, 11-7, 11-8, 11-9 (8 fatos da subtração).

Seguindo esse raciocínio, poderemos listar as possíveis subtrações que ocorrem na última coluna, para os demais números que representam junções:

12-3, 12-4, 12-5, 12-6, 12-7, 12-8, 12-9 (7 fatos da subtração).

13-4, 13-5, 13-6, 13-7, 13-8, 13-9 (6 fatos da subtração).

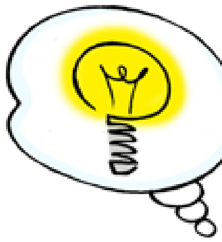
14-5, 14-6, 14-7, 14-8, 14-9 (5 fatos da subtração).

15-6, 15-7, 15-8, 15-9 (4 fatos da subtração).

16-7, 16-8, 16-9 (3 fatos da subtração).

17-8, 17-9 (2 fatos da subtração).

18-9 (1 fato da subtração).



Vamos pensar, agora, na variedade de situações que podem aparecer para a criança que opera por um dos processos mencionados, criados por ela, e que necessita pegar uma dezena da casa vizinha. Como a criança não junta nada, vai operar com esse 10.

Pelo primeiro processo, ela tira desse 10 a quantia indicada embaixo, na coluna das unidades. Poderá, então, ter de fazer uma das subtrações: 10-1, 10-2, 10-3, 10-4, 10-5, 10-6, 10-7, 10-8, 10-9 (9 fatos da subtração).

Pelo segundo processo, ela tira desse 10 a quantia que lhe falta para completar as unidades que já tem, até atingir a quantia indicada embaixo, na coluna das unidades.

Novamente, poderá ter que fazer uma das subtrações:

10-1, 10-2, 10-3, 10-4, 10-5, 10-6, 10-7, 10-8, 10-9 (9 fatos da subtração).

Devemos observar que a lógica da criança é límpida: se pode tirar do 10 aquilo de que precisa, por que juntar esse 10 a alguma coisa mais? Isso só poderá complicar.

Esta é, então, a grande diferença entre o método tradicional e os processos próprios infantis: no primeiro, ela deve dominar 45 fatos da subtração, para que consiga fazer qualquer conta que lhe for apresentada; nos processos dela, basta dominar 9 fatos.

Essa é também a razão da grande dificuldade que muitas crianças encontram no método usual: embora seja fácil aprender o mecanismo de pegar 1 da coluna vizinha e juntá-lo ao que já tem, a dificuldade aparece no que vem depois - nas subtrações a realizar.

Mas isso não é tudo.

Se nos dispomos a aceitar os processos infantis, devemos saber que, tendo absoluto controle mental do que fazem, elas passam esses registros para o papel de modos variados, que nos parecem totalmente incompreensíveis. Cabe ao professor sistematizar e organizar esses registros.

Uma forma possível é:

7 10

6 ~~8~~ 4 - Na última coluna, 4 é menor do que 7.

2 5 7 Retira-se 1 dezena da coluna vizinha, à esquerda (que fica 7).

4 2 7 Obtemos 10 unidades, que são indicadas em cima do 4.

Verbalizações próximas às das crianças seriam:

Para o primeiro processo:

“10 menos 7 são 3, mais o 4 que não usei são 7. Sobram 7”. Escreve 7.

“7 menos 5 são 2”.

“6 menos 2 são 4”.

Para o segundo processo:

“Tenho 4, para dar 7 preciso tirar 3 do 10. 10 - 3 são 7. Sobram 7.” Escreve 7.

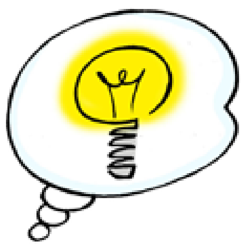
“7 menos 5 são 2”.

“6 menos 2 são 4”.

Observação: Embora tenhamos nos restringido a falar de recurso na coluna das unidades, portanto, recorrendo sempre a uma dezena vizinha, processos análogos ao que fizemos podem ocorrer em qualquer coluna, quando o número de cima é menor que o de baixo. As subtrações que ocorrem são as mesmas, tanto no método da escola quanto nos processos infantis, embora a interpretação seja diferente. Se o recurso ocorrer na coluna das dezenas, por exemplo, ela toma uma centena da casa vizinha, que vale 10 dezenas, e passa a operar com esse 10, juntando-o (ou não) às dezenas que já possui.

E aí, professor(a)?

Como ficou sua cabeça, aprendendo com as crianças o modo como elas aprendem matemática?



Será que não é hora de você testar sua abertura para idéias novas?

Escreva seus comentários!

Você deverá:

1. Ter certeza de que entendeu os processos infantis e a vantagem que eles ofrerecem para as crianças.

2. Fazer a seguinte experiência em sala de aula: qualquer que seja a série em que você atua, diga que você soube de um aluno que faz a subtração de outro jeito que você vai lhes contar, e que você quer saber a opinião deles sobre esse jeito. Dê uma subtração do tipo 36 - 18, que vai necessitar de "recurso". Observe as reações, o interesse, a facilidade ou dificuldade em aprender e tudo mais que for importante.

3. Fazer comentários sobre tudo o que observou. Esta atividade também serve para verificar a sua capacidade de observação.

2.5 Outros desafios da subtração

Os livros didáticos introduzem usualmente a subtração em situações de "havia tantos; voaram, murcharam ou desapareceram tantos; sobraram tantos". É comum que as ilustrações venham logo acompanhadas de registros numéricos, do tipo 5 - 2 = 3.

Ao evoluir para quantidades maiores, os livros escolhem um algoritmo que leve a determinar o resultado de uma subtração. Ainda que não o compreendam bem, as crianças associam esse algoritmo com a situação de "ver quanto sobra", "ver quanto restou".

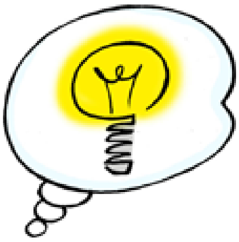
O problema maior surge quando, sem qualquer trabalho prévio, os livros propõem problemas envolvendo situações bem distintas das anteriores, como: "Tenho tantos, meu irmão tem tantos. Quanto tenho a mais que ele?", na suposta expectativa de que as crianças saberão discernir que há uma subtração envolvida, e que deverão recorrer ao algoritmo já ensinado.

Na verdade, há muito a ser trabalhado, desde a proposição de situações de comparação e observação das estratégias próprias dos alunos, passando pelo estímulo a registros ou algoritmos que expressem o que fizeram, até que cheguem a perceber que há uma idéia subtrativa comum a todas as situações, podendo qualquer uma delas ser resolvida por uma subtração.

Vamos começar narrando algumas estratégias próprias

Ao comparar duas quantidades, por exemplo, a quantidade de lápis que cada uma de duas crianças tem, podem surgir diversos procedimentos. Em situações de "saber quanto tem a mais" ou "quanto tem a menos", apareceram, em geral, três modos de proceder.

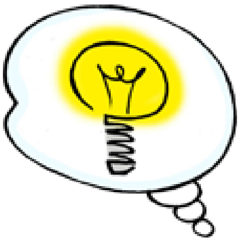
Vamos pensar nas quantidades 24 e 17.



1 As crianças usavam processos mentais e os dedos. Por exemplo, contavam usando os dedos de uma mesma mão repetidamente, do 1 ao 17. Em seguida, continuavam a contagem na outra mão: 18-19-20-21-22-23-24. Conseguiam ver que haviam usado os cinco dedos, recomeçando e usando novamente dois deles. Diziam corretamente o resultado: 7.

2 As crianças recorriam a meios concretos ou gráficos para representar as quantidades, faziam uma correspondência 1 a 1 entre elas e observavam o excesso ou a falta de determinada quantidade. O material concreto podia ser uma fila de 24 tampinhas ou palitos e outra com 17, cuidadosamente arrumadas em correspondência. Graficamente, podia ser o desenho de 24 tracinhos e, embaixo, o desenho de 17 tracinhos (tanto quanto possível, em correspondência). Também podia ser a escrita do 1 ao 24 e, embaixo, a escrita do 1 ao 17. A quantidade em excesso numa das filas, ou que faltava na outra, era então contada e apresentada como resultado.

3 Num procedimento parecido, as crianças novamente representavam as quantidades de modo concreto ou gráfico. O acerto, um a um, não era tão importante. Depois de representarem, iam tirando ou riscando quantidades iguais de ambas as filas, até que uma terminasse. O que sobrava em uma delas era "o que tinha a mais", ou "o que tinha a menos na outra". Podiam, por exemplo, retirar 5 - 5 - 5 - 2, tanto da fila dos 24 objetos quanto da fila dos 17 objetos. A fila dos 17 desaparecia e eles contavam quanto sobrara na outra.



Em situações de "saber quanto falta para ter uma determinada quantidade", também observamos diferentes modos de proceder, bem semelhantes aos anteriores. Pensando nas mesmas quantidades 24 e 17:

1) Processos mentais e uso dos dedos, como já mencionado.

2) Uso da correspondência, com duas representações, concretas ou gráficas, bem emparelhadas. Nesse caso, ou contavam logo o excesso, que seria o que faltava, ou marcavam o fim da fila menor e acrescentavam quantidades a ela até ficar do tamanho da maior. Contavam a quantidade acrescentada.

Construção de registros e verbalizações

Questões análogas às anteriores eram propostas, mas as duas quantidades eram colocadas uma sobre a outra, como numa conta, porém sem sinal. Pedia-se que os alunos pusessem ali o resultado, escrevessem os números que precisassem e, enquanto faziam ou ao final, dissessem como haviam pensado.

Por exemplo, foram apresentados dois números, 28 e 12, numa conta vertical, e proposta a questão: quem tem 12, quanto precisa para ter 28? Quanto falta ao 12 para chegar ao 28?

Verbalizações:

28 - 2 para 8 precisa de 6 (escreve 6)
12 1 para 2 precisa de 1 (escreve 1)
16

Frente à pergunta: "É isso, está certo? Quem tem 12 e ganha 16, fica com 28?" Os alunos geralmente tinham de verificar de algum modo - usando cálculos e dedos - ou usando material concreto.

Vejamos a mesma pergunta, para os números 17 e 24:

1 10 Pega 10. Do 10 tira 7, dá 3, junta com o 4 e dá 7
24 -
17
7 uma dezena para uma dezena não falta nada.

Um processo semelhante era usado em situações de "quanto tem a mais".

Comparando 24 com 17, tirando quantidades iguais de ambos, pedimos que registrassem isso:

24	Tira 5 dos dois	19	Tira 5 dos dois	14	Tira 5 dos dois	9	Tira 2 dos dois	7
17		12		7		2		0

A criança diz:

"O de cima tem 7 a mais".

Frente à pergunta: são contas de subtrair? A resposta foi afirmativa apenas para a primeira. Então perguntamos: e as outras, são contas de quê? As respostas foram: "de ver quem tem mais", "de ver quanto falta", "de comparar".

O processo de levar a perceber a idéia subtrativa subjacente a todas não foi rápido.

Usávamos argumentos como:

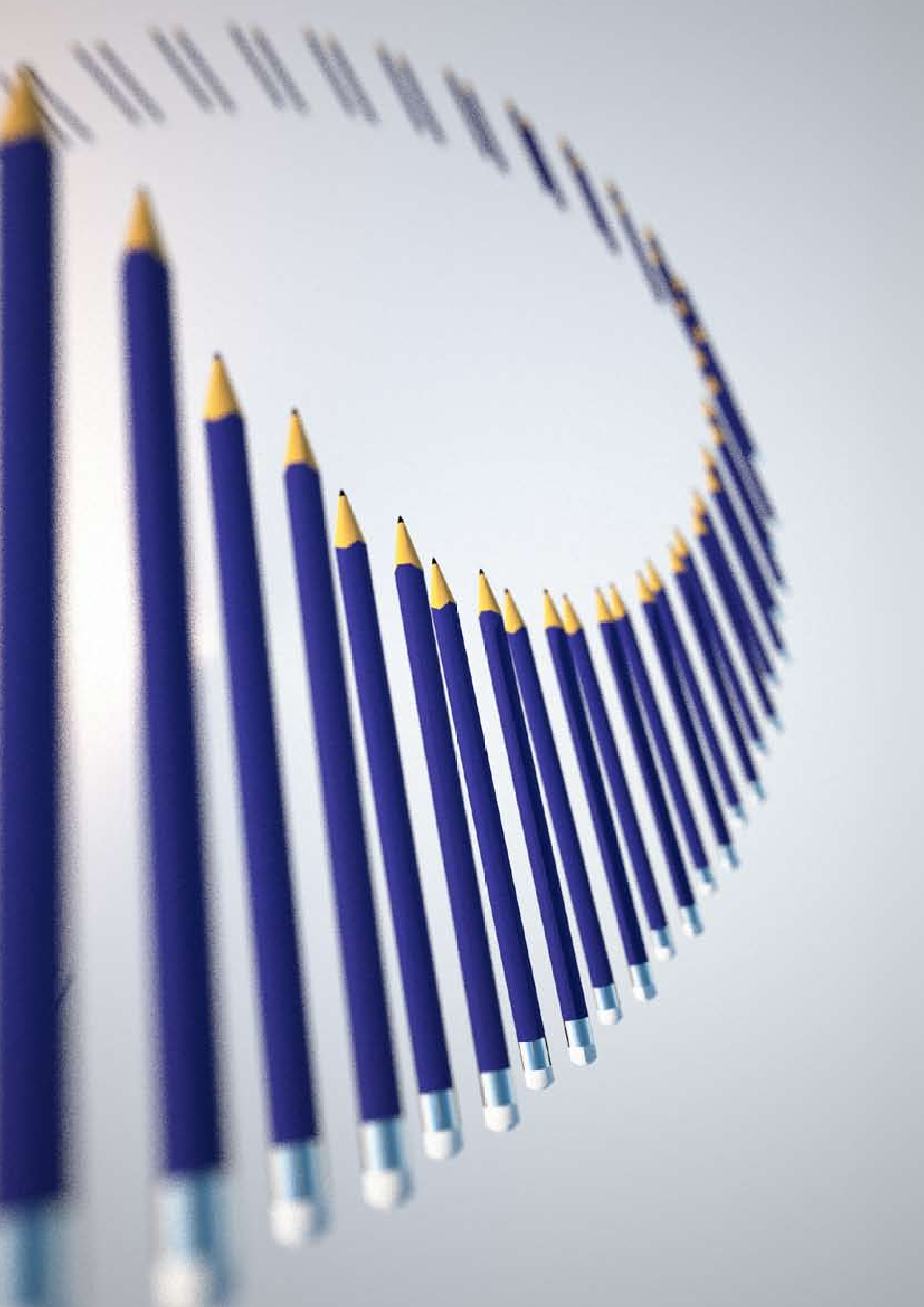
- Para ver quanto falta, você não separa dos 24 os 17 que já tem? Não olha quanto sobrou?

- Quando você tirou quantidades iguais dos dois números, quanto você retirou, no total? (5 + 5 + 5 + 2 = 17). E quando tirou os 17 de 24, o que sobrou não era o que tinha a mais?

Seguramente, um caminho para isso foi explicitar, nas situações, a associação das expressões "quanto tem a mais", "quanto falta", com "quanto sobrou". Nesse ponto, propor que tentassem resolver as situações anteriores por uma conta de subtrair, como conheciam, e deixá-los verificar que obtinham o mesmo resultado foi útil. Os alunos passavam a falar: "para ver quanto tem a mais (ou a menos, ou quanto falta), se pode fazer uma conta de menos".

Finalmente, é preciso lembrar que o caminho pode ser longo, mas as estruturas mentais formadas também serão de longa duração.

Ao longo da História, diversas culturas tiveram diferentes modos de fazer operações aritméticas. Pesquise na internet sobre modos que existiram, diferentes do atual, de fazer somas e subtrações (se encontrar sites que tragam multiplicações e divisões, tome nota, para poder voltar a eles na próxima seção). Apresente o resultado de sua pesquisa sobre somas e subtrações.



3 Situações de multiplicação e de divisão

Objetivos: analisar a construção de diferentes significados da multiplicação e da divisão e os processos da criança no desenvolvimento de cálculos relacionados a essas operações; identificar meios para aquisição de habilidades na multiplicação.

Professor(a),

Você está iniciando o estudo da terceira seção deste fascículo. Esta seção desenvolve idéias sobre o ensino e a aprendizagem da multiplicação e da divisão.

Esperamos que você tenha aproveitado suas leituras anteriores e tenha conseguido boas idéias para sua sala de aula!

Ao iniciar nosso assunto de multiplicação, convidamos você a refletir um pouco sobre essas afirmações:

1 - multiplicações estão na base de cálculos mentais que fazemos no dia-a-dia;

2 - a capacidade de realizar multiplicações, seja mentalmente, por estimativas, ou por meio de cálculos escritos, é um instrumental útil para a vida cotidiana e profissional, não descartado pelo uso cada vez mais comum das calculadoras;

3 - uma adequada estrutura multiplicativa é necessária à compreensão de vários conceitos e tópicos matemáticos, desejáveis não só como conhecimento científico, mas também para uma compreensão maior de problemas do meio físico-cultural;

4 - multiplicações devem fazer parte, portanto, dos conteúdos e habilidades básicos de matemática que ensinamos às crianças, e praticamente todos os currículos, livros didáticos e escolas desenvolvem o ensino desse tópico.

3.1 Inadequações comuns no início do trabalho com multiplicação

Muitas propostas para o ensino da multiplicação apresentam pontos que podem oferecer dificuldades à aprendizagem das crianças:

1 - o conceito de multiplicação é trabalhado rapidamente e a ênfase é dada nos resultados prontos de contas de multiplicar, nas famosas tabuadas;

2 - o desenvolvimento do tema não se apóia na apresentação de situações-problema, que aparecem quase que somente no final;

3 - as contas de multiplicar - ou algoritmos multiplicativos - são ensinadas por meio de processos decorados;

4 - assim como ocorre com outras operações, os algoritmos

multiplicativos comumente ensinados na escola, por meio de passos a serem memorizados e repetidos, são processos formais muito distantes do raciocínio infantil;

5 - só após terminar o tópico da multiplicação para aquela série, inicia-se o tópico divisão.

3.2 Aprender sobre multiplicação é muito mais do que aprender tabuadas

Segundo Vergnaud, (1991), o campo conceitual da multiplicação é rico e seu ensino desenvolve-se ao longo de várias séries, envolvendo um raciocínio progressivamente mais sofisticado, da infância à adolescência. Em 1978, o mesmo autor escrevia:

> [...] **por estruturas multiplicativas, entendemos, em certo sentido não usual, as relações, transformações, leis de composição ou operações que, em seu tratamento, implicam uma ou mais multiplicações ou divisões** ... Trata-se de um 'espaço de problemas' cuja resolução implica uma ou várias multiplicações ou divisões.

Nossa experiência, junto a grupos variados de crianças, ao longo de alguns anos, procurando construir tanto o conceito de multiplicação quanto seus algoritmos, levou em conta as estruturas cognitivas e as estratégias próprias dos alunos e mostrou-nos alguns caminhos naturais para isso.

O aluno participa, sem dificuldades, de situações-problema envolvendo o conceito de multiplicação como soma de parcelas repetidas, principalmente frente a situações significativas e motivadoras que levem à interação entre os participantes e à discussão sobre várias formas encontradas para solução.

Por exemplo, na 2ª e na 3ª séries, a idéia de multiplicação pode ser introduzida em situações a serem resolvidas pelas crianças, como:

- Há seis caixas, com 12 ovos em cada uma, quantos ovos há no total?

SAIBA MAIS

Gerard Vergnaud é um renomado especialista francês em Educação Matemática, autor da Teoria dos Campos Conceituais. De modo resumido, campo conceitual pode ser entendido como um conjunto de problemas e situações inter-relacionados, para o tratamento dos quais são necessários conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas fortemente articulados. Segundo o autor, uma aproximação mais frutífera ao desenvolvimento cognitivo da criança poderá ser conseguida se trabalharmos não apenas com um tópico, mas com o campo conceitual relacionado ao mesmo.

Nas pesquisas relativas à multiplicação, desenvolvidas em projeto já mencionado (*Um novo currículo de matemática da 1ª à 8ª série*), observamos que as estratégias mais comuns utilizadas pelas crianças, nessas séries, envolvem desenhos ou somas como, por exemplo:

			24
12 +	12 +	12 +	24 +
12	12	12	24
24	24	24	72

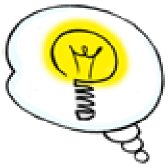
Algumas crianças enxergavam mais as fileiras de 6, podendo resolver como 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 72..

Chamando-se a atenção para o fato de que os 12 ovos podiam ser vistos como 10 + 2, apareciam outros tipos de contas:

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60	60 +
2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12	12
	72

Há todo um caminho a ser percorrido, partindo-se dessas estratégias iniciais, em direção ao algoritmo ou processo usual de se efetuar a multiplicação 6x12, como veremos no próximo tópico.

3.3 Atribuição de significado às tabuadas



Em situações de "saber quanto falta para ter uma determinada quantidade", também observamos diferentes modos de proceder, bem semelhantes aos anteriores. Pensando nas mesmas quantidades 24 e 17:

Voltando um pouco ao que é comumente feito, veja se concorda com essas afirmações:

- Esse ensino da multiplicação, com ênfase nas tabuadas, tem sido difícil e de parcos resultados.
- O ensino de tabuadas gera, comumente, ansiedade e rejeição nas crianças.

Escreva suas opiniões!

Mães ou pais atentos podem detectar sintomas de dores de barriga, de cabeça e de outros incômodos físicos, associados ao dia do professor "tomar tabuada". Será que elas são realmente necessárias? Será que devem continuar a ser trabalhadas como sempre foram?

Impor a memorização de tabuadas, sem apoiar-se no entendimento conceitual da multiplicação, é como forçar o cérebro a ser uma caixa registradora de fatos sem sentido. Por exemplo, imagine, professor(a), que você tivesse que decorar os seguintes resultados:

axn= 4	*fxn*= 41
bxn= 5	*gxn*= 58
cxn= 14	*hxn*= 71
dxn= 19	*ixn*= 92
exn= 32	*jxn*= 109

Imagine, além disso, que, após todos os esforços feitos para tal memorização, venha uma segunda tabela, e uma terceira, e uma quarta, até uma décima: 100 resultados desprovidos de sentido! Você deve ter observado que não se trata de uma tabuada de multiplicação de alguma parcela fixa. É assim que o aluno se sente, olhando uma tabuada que ele não compreende. Se, pelo menos, fosse dada a chave para se saber como aparecem os números-resultados, a tarefa poderia ser menos aleatória e a memorização, menos árdua. (Caso você queira saber como foi construída a tabela acima, que, aliás, visa apenas a exemplificar a dificuldade inerente à memorização das tabuadas, não tendo nenhum significado matemático, **veja a nota**.)

Nota

Os resultados foram construídos seguindo a seqüência: 1x2+2, 2x3-1, 3x4+2, 4x5-1, 5x6+2, 6x7-1, 7x8+2, 8x9-1, 9x10+2, 10x11-1.

Se apresentarmos uma tabuada de multiplicação, sem um trabalho prévio sobre o significado de multiplicar, a criança terá a mesma estranheza que o adulto, frente à tabela acima.

Situações relacionadas à construção de uma tabuada

1) Contagem por unidade composta

Nesse sentido, e para estabelecer fundamentos para a evolução do campo conceitual da multiplicação, é muito importante propor, inicialmente, situações que levem à compreensão do significado de multiplicar. É comum associar-se multiplicação a somas de parcelas repetidas. Outra abordagem é levar a criança a contar por unidades compostas, ou a "tratar um conjunto, uma coleção, como uma unidade" (**HAREL** e **CONFREY,** 1994). Por exemplo, 1 par de sapatos são 2 sapatos; 2 pares são 4; 5 pares são 10. Embora ela se apóie numa soma de parcelas repetidas, essa abordagem não se reduz ao mero processo de somas repetidas. Ela encerra algo da natureza da multiplicação, nas noções de "1 de 2", "2 de 2", "5 de 2". A criança tem dois referenciais, apóia-se na contagem dos números naturais e tem uma unidade composta fixa, que será tomada tantas vezes quanto indica o número natural.

Guershon Harel e **Jere Confrey** são professores universitários nos Estados Unidos, com estudos e pesquisas na área de Educação Matemática.

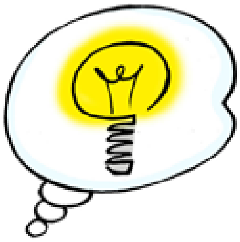
Muitas situações e atividades lúdico-didáticas podem ser criadas objetivando levar a criança, de modo claro e interessante, à contagem por unidades compostas como, por exemplo, a que descrevemos a seguir:

Trata-se de um jogo de tabuleiro com um caminho, formado de casas não necessariamente numeradas (80 ou 100 casas), no qual cada criança avança com um peão, jogando um dado para ver quantas casas deve avançar.

O que torna esse jogo apropriado para o fim proposto são certas casas especiais, com a legenda "Número Oculto". Ao cair numa dessas casas, a criança deverá pegar um cartão de uma pilha que apresenta, na face visível, a legenda: "O número de casas que você deve andar vale..." e virá-lo, para ler seu outro lado. No verso, aparecem mensagens como "5 pares de sapatos", "3 caixinhas com 2 chicletes", "3 engradados com 4 refrigerantes", "2 filas de 4 soldados", "4 gaiolas com 4 passarinhos". Embora as mensagens não estejam completas, as crianças entendem logo que, pela regra do jogo, devem descobrir o número oculto naquela mensagem, ou seja, o número total de coisas, objetos ou seres sugerido pela mensagem. Esse será o número de casas que avançará naquela jogada. Ganha quem primeiro atingir o fim do caminho (combinar com as crianças se será obrigatório tirar o número exato de casas que faltam).

Para a descoberta do número oculto, as crianças recorrem à contagem por unidade composta: "Uma gaiola são 4, duas são 8, 3... (pensa, conta realmente) são 12, 4 são...16 (a resposta é dada, após certo tempo, apoiada em contagens).

Uma questão a refletir: repetir o multiplicador ou repetir o multiplicando?



Leia sobre isso a seguir:

Notemos que, na contagem do jogo, o segundo número representa a quantidade de elementos do grupo que está sendo considerado, quantidade essa que vai ser repetida e que permanece fixa durante a contagem - 4. Já o primeiro número varia. Ele indica quantas vezes aquele grupo (ou unidade composta) está sendo tomado. Isso é o que caracteriza essa contagem como um processo simples e de recorrência. Ela apóia-se, a cada passo, no resultado anterior. O aluno pensa em formar grupos de n elementos. Ele acrescenta sempre a quantidade n em sua contagem. O processo que fica subjacente é "uma vez n, duas vezes n, três vezes n,...".

Bem diferente e mais complicado é o processo usualmente adotado por livros e escolas: induz-se o aluno a pensar "n vezes 1, n vezes 2, n vezes 3...". Nesse caso, o aluno varia, a cada passo, o tamanho do grupo considerado. Por exemplo, se n for igual a 6: 6 vezes 1, 6 vezes 2, 6 vezes 3... No primeiro caso, o aluno imagina seis grupos de um elemento; no segundo, seis grupos de dois elementos; depois, seis grupos de três elementos. Como muda a estrutura do processo e a visualização mental do mesmo, a tendência do aluno será não aproveitar a contagem anterior e recomeçar sempre uma nova contagem, ou decorar que "é só aumentar seis", mas sem saber por quê. O processo de contagem por unidade composta, usado tanto na introdução conceitual como no "jogo do 2", que veremos a seguir, possibilita uma compreensão da multiplicação em que fica claro o papel diferenciado dos dois números envolvidos: um deles, o segundo, indica o tamanho dos grupos que estão sendo considerados; o primeiro indica quantos daqueles grupos estão sendo tomados.

2) A criação de oportunidades para a contagem por certa unidade composta escolhida

A unidade 2 é uma escolha inicial natural e que se revela adequada à aprendizagem. Novamente, deverá haver situações ou atividades lúdico-didáticas que servirão para o entendimento conceitual e para aquisição de habilidades nos resultados da multiplicação por 2, podendo ser adequadas também para a introdução da simbologia, como no jogo que exemplificaremos:

"Jogo do 2"

Material: caixas de ovos cortadas de 2 em 2, no centro da mesa (aproximadamente 15 caixinhas de 2 ovos); 1 dado.

Modo de jogar: todos os alunos do grupo (4 ou 5) jogam o dado e guardam mentalmente o resultado que tiraram; o que tirar o maior resultado nessa rodada ganha uma caixinha "com dois ovos". Caso haja empate numa rodada, todos que tiraram o maior número ganham uma caixinha. O jogo prossegue até acabarem-se as caixas. Vence quem tiver ganhado o maior número de caixas.

O importante nesse jogo é o seu aproveitamento. Observamos em nossa pesquisa que os alunos gostam de contar "quantos ovos ganharam". Há perguntas que podem levar a uma reflexão sobre a situação, como "quantas vezes você ganhou (a caixinha com dois ovos)? Quantos ovos são?" Essas perguntas conduzem a registros dos resultados do grupo, em papéis fotocopiados de antemão, contendo cinco vezes a frase:

.............ganhou......vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com....ovos.

.............ganhou......vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com....ovos.

.............ganhou......vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com....ovos.

.............ganhou......vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com....ovos.

.............ganhou......vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com....ovos.

Cada membro do grupo preenche, ao término do jogo, uma das frases com seu nome e seu resultado:

João ganhou 5 vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com 10 ovos.

Após alguns dias, a formulação da folhinha de resultados será alterada para:

.... : ...... vezes 2 ovos = ... ovos

Essa frase, preenchida, resulta em:

Fábio: 6 vezes 2 ovos = 12 ovos

Finalmente o professor poderá explicar que, assim como temos sinais matemáticos para as palavras "mais" e "menos", temos um sinal para a palavra "vezes", que é "x". As frases na folha de resultados passam a ser:

.... : .... x 2 ovos = ...ovos

Embora no início os alunos se apóiem concretamente nas caixas cortadas, para contar o total de ovos, são comuns após certo tempo, reações do tipo: "Ganhei 7 caixas. Fiquei com 14", sem qualquer contagem anterior. Nessa fase, é também aconselhável substituir as caixinhas de 2 ovos por fichas contendo o número 2. O aluno que tira o maior número no dado recebe uma ficha de 2 pontos. Ao final, é realizada uma contagem mental, de 2 em 2.

Exercícios como: "5 x 6 balões = ... balões" conduzem posteriormente a descontextualizações do tipo "5 x 6 = ...".

Embora tenhamos, após o "Jogo do 2", dado continuidade ao processo aplicando o "Jogo do 3", com caixas de ovos cortadas de 3 em 3, percebemos que a contagem pela unidade composta 3 tem pouca articulação com a contagem pela unidade composta 2.

No final de todo o processo em que experimentamos o jogo do 3 (registros, bingo, memória e dominó com fatos da multiplicação por 3), observamos que a aquisição da multiplicação da unidade 3 não foi tão fácil para as crianças, quanto a da multiplicação por 2. Propusemos, então, jogos que misturavam fatos da multiplicação por 2 e por 3 e constatamos que, realmente, a aquisição de habilidades tinha sido limitada. Isso nos levou a tentar outro caminho. Com outros grupos de crianças, que estavam terminando de passar pelo processo da aprendizagem da multiplicação por 2, iniciamos o processo da aquisição de habilidades na multiplicação por 4. Cortamos caixas de ovos de 4 em 4 e demos, logo após o "Jogo do 2", o "Jogo do 4". Logo de início, notamos que a contagem dos grupos de 4 apoiava-se na contagem anterior, dos grupos de 2. As crianças contavam 1, 2; 3, 4... 5, 6; 7, 8, etc. Contar de 4 em 4 era como contar de 2 em 2, agrupando cada duas contagens anteriores. As coisas realmente correram de maneira mais fácil para as crianças e a aquisição de habilidades foi mais exitosa.

3) A exploração simultânea da divisão

Ao final de uma partida, quando os membros do grupo diziam os totais que haviam conseguido, e alguém dizia "14", era comum um colega questionar: "me deixa ver se você tem 7 caixas". Estava implícita aí uma divisão: para formar um total de 14 com grupos de 2, seriam necessários 7 desses grupos - no jogo, 7 caixinhas de 2 ovos.

Passamos a fazer atividades contemplando tais questões, por exemplo:

"Na outra classe, um grupo jogou o "Jogo do 2" e marcou os resultados na ficha. Mas os alunos não marcaram quantas vezes cada um ganhou. Vocês são capazes de preencher a ficha?

João ganhou .... vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com 12 ovos.

Meire ganhou .... vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com 8 ovos.

Natália ganhou .... vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com 14 ovos.

Henrique ganhou .... vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com 16 ovos.

Caio ganhou .... vezes a caixa com 2 ovos. Ficou com 10 ovos."

4) O entendimento do zero no contexto da multiplicação

Um ponto importante a se notar é que, algumas vezes, pode ocorrer que um aluno não ganhe nenhuma rodada, portanto não receba nenhuma caixa. O registro será 0 x 2 ovos = 0 ovos. (Não ganhou nenhuma vez a caixa com 2 ovos, portanto ficou com 0 ovos).

Desse modo, criam-se situações de jogos que forçam o aparecimento do zero, nas várias operações. É importante dar significado à multiplicação envolvendo zero.

5) A aquisição da prontidão no resultado das multiplicações

No desenvolvimento inicial do conceito de multiplicação, não nos restringimos a multiplicar por dois, ou por três, ou a tomar o número cinco como valor máximo para um dos fatores. Por exemplo, o jogo do tabuleiro requer contagens por diversas unidades compostas. Entretanto, visando a evitar contagens muito longas, exploramos situações cujos resultados, em geral, não ultrapassam 30 ou 30 e poucos.

A situação é diferente quando, num segundo momento, queremos que os alunos adquiram habilidades multiplicativas, tenham certa prontidão de resultados básicos da multiplicação. Nessa fase, uma ênfase grande será dada, a cada vez, a certa classe de multiplicações.

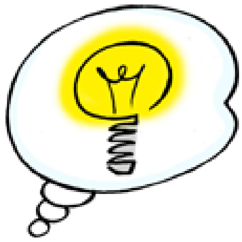
O "Jogo do 2" firma o conceito da multiplicação por dois e leva a uma possível memorização dos resultados, após ser jogado com certa freqüência (não a ponto de os alunos ficarem saturados).

Para não ficar apenas nesse jogo, o que pode se tornar monótono, a fase de aquisição de habilidades na multiplicação por dois deve envolver outros jogos, transformados em atividades didáticas, como memória, dominó, bingo, entre outros, todos com fatos da multiplicação por dois (o dois sempre em segundo lugar). Algumas informações sobre esses jogos podem ser encontradas no Anexo.

A ordem de introdução das tabuadas - menos linear e mais cognitiva

Ao voltarmos à questão das tabuadas, o processo acima garante, praticamente, que todas as crianças aprenderão os resultados da multiplicação por dois, já ao fim da 1ª série.

Como proceder em relação à multiplicação por três, quatro, cinco, etc? É só repetir o mesmo processo, fazendo-se as adaptações necessárias? Sim e não. Como já mencionamos, com base nas experiências e observações realizadas com crianças, de 1985 a 1989, constatamos que as crianças, logo após trabalharem com os grupos de 2, tinham muita facilidade no trabalho com os grupos de 4.



Do mesmo modo, constatamos que a formação de grupos mais fáceis, para serem trabalhados em seguida, seria a de grupos de 5 e, depois, a de grupos de 10.

O tempo gasto para esse trabalho de aquisição de habilidades nas multiplicações por 2, 4, 5 e 10.

Nisso, gastamos quase seis meses, com as crianças que estavam atingindo a 2ª série. Demos um tempo, trabalhando às vezes com os mesmos jogos, algumas vezes inventando outros e, principalmente, misturando os fatos da multiplicação por 2, 4, 5 e 10 - no Bingo, no Jogo da Memória e no Dominó.

Ainda sobre a questão do zero

Para fazer aparecer n x 0 (e não 0 x n, que já havia sido trabalhado), experimentamos não colocar caixas no centro da mesa e o prêmio para quem tivesse o maior número seria zero ovos. O jogo, evidentemente, não gerou nenhum interesse. Observamos ainda que, ao pensar nos possíveis registros 4x0, 2x0 e atribuir resultado sempre zero, o aluno pensava no todo da situação, numa espécie de jogo maluco, onde não havia nada a ganhar e só se poderia, evidentemente, ganhar o resultado zero.

As crianças pareciam não tomar bem consciência de que o zero, no segundo fator, estivesse significando essa ausência de prêmio, que fosse ele o responsável pelos resultados nulos. Para evidenciar a ausência, tentamos reformular o jogo.

Na fase de misturar multiplicações por 2 e por 4, fizemos um novo jogo, o "**jogo da surpresa**". Passamos a trabalhar com caixas de ovos, fechadas, cortadas sempre com seis repartições, onde colocávamos, conforme o jogo, sempre 2, 4 ou 0 "ovos", representados por sementes ou grãos. Os alunos não sabiam o número fixo de sementes que havia sido colocado em cada caixa, naquele jogo. Quando se esgotavam as caixas, eles as abriam. Se fosse 2 o número de ovos em cada uma delas, apareciam situações como 7x2, 5x2, etc., conforme o número de rodadas ganhas pelos alunos. Se fosse 4 a quantidade de ovos nas caixas, apareceriam 7x4, 5x4, etc. E, se estivessem vazias, as situações corresponderiam a 7x0, 5x0 e claramente nas fichas apareciam registros 7x0=0, 5x0=0, etc.

Nessa atividade, o significado do papel do fator zero ficou bem claro. Em compensação, como as caixas todas tinham seis divisões, perdia-se o impacto dos arranjos retangulares. Eles ainda poderiam ser observados se as casas ocupadas nas caixas fossem sempre as mesmas (por exemplo, as primeiras), mas tinham um efeito menos visível. Isso nos levou a conservar as caixas cortadas na medida certa para as situações iniciais, e a só introduzir o "Jogo da Surpresa" na fase de mistura dos multiplicandos.

É possível, no entanto, trabalhar desde o início com o zero como unidade que se repete. Por exemplo, introduzindo, no jogo inicialmente descrito (contagem por unidade múltipla), em meio a cartões do tipo "3 gaiolas com 2 passarinhos", "2 gaiolas com 4 passarinhos", outros como "2 gaiolas com 0 passarinho".

O planejamento do trabalho com as tabuadas ao longo do tempo

O trabalho das multiplicações por 2, 4, 5 e 10 foi intercalado com outros conteúdos matemáticos e com problemas envolvendo somas de parcelas iguais, **arranjos retangulares** e mesmo combinações. Próximo de completar um ano, contando a partir do início do processo, começamos a trabalhar a multiplicação por 3, sem pressa. Isso significa que o "jogo do 3" (com caixas de ovos cortadas de 3 em 3) era dado uma ou duas vezes por semana, durante cerca de 2 meses, intercalado com outras atividades.

Por exemplo, um jogo de caminho em tabuleiro, chamado "**Andar de 3 em 3**", em que se jogava o dado para ver quantos avanços de 3 casas cada jogador deveria fazer (novamente, contagem por unidade composta). Passamos ao jogo do 3 com fichas, dominó, bingo e memória com fatos da multiplicação por 3 e, finalmente, a jogos que misturavam multiplicações por 2 e por 3. Os resultados foram bastante satisfatórios e passamos ao processo da aquisição de habilidades na multiplicação por 6, o qual, por sua vez, apoiava-se no da multiplicação por 3.

Como dissemos, o conjunto dos estudos, experiências e observações realizados nos leva a trazer alguns pontos para consideração e uma proposta que pode parecer radical, para atacar o problema das tabuadas:

1) Desenvolver o conceito de multiplicação de modo amplo. Os números envolvidos na multiplicação poderiam variar de 1 a 9, um deles podia assumir valores maiores (como 12, 15, 16, 14, etc.). Nesse sentido, podemos propor, desde a 1ª série, situações que levem o aluno a calcular quantas laranjas há em seis cestas que contêm sete laranjas, ou mesmo em quatro caixas com 12 ovos. Apenas teremos que lhe dar tempo para fazer a contagem nas unidades compostas 7 ou 12, seja por contagem manual ou por esquemas de

representação gráfica.

2) Desenvolver habilidades multiplicativas (usando os jogos ou atividades lúdico-didáticas, conforme narrado acima) da 1ª à 4ª série, assim distribuídas:

1ª Série: Habilidades na Multiplicação por 2.

2ª Série: Habilidades na Multiplicação por 2, 4, 5, e 10.

3ª Série: Habilidades na Multiplicação por 3 e 6.

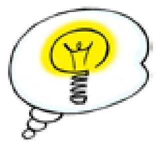
4ª Série: Habilidades na Multiplicação por 8, 9 e 7.

Para se chegar à multiplicação por 8, recordam-se alguns jogos da multiplicação por 4; para se chegar à multiplicação por 9, passa-se por jogos da multiplicação por 3 e por 6.

Simultaneamente, ao longo dessas séries, seriam trabalhados problemas envolvendo interpretações variadas da multiplicação e situações que levassem à construção gradativa dos algoritmos.

A proposta que apresentamos refere-se à aquisição de prontidão nas respostas dos fatos da multiplicação, o que, segundo nossas experiências e observações até o momento, tem êxito quando é um processo gradativo e apresentado em ordem mais favorável à compreensão da criança. A insistência em dar todas as tabuadas, já na 2ª série, na ordem dos multiplicadores crescentes, tem mantido inalterado o problema, que vem se alastrando há anos, de maus resultados na aprendizagem das multiplicações básicas. Novas propostas que possam ser desenvolvidas num menor tempo poderão surgir, garantindo êxito (duradouro) na aprendizagem desses resultados.

Até lá, por que não implementar essa nova abordagem e nova redistribuição? O problema é grave e exige soluções experimentadas, que fujam à mesmice do que foi feito até agora.



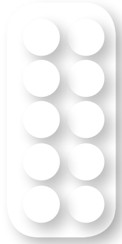
a) Pense em quais fatos da multiplicação seus alunos têm mais dificuldade. Será na multiplicação por 7? Ou por 9? Ou por outro número? Prepare um ou dois jogos envolvendo esses fatos. Escolha apenas uma tabuada, para ela ficar bem assimilada. E não se esqueça de pôr o fator que se repete em segundo lugar. Por exemplo: 0x8, 1x8, 2x8, 3x8, 4x8, 5x8, 6x8, 7x8, 9x8, 10x8.

b) Aplique os jogos em sala de aula e faça um relato vivo do que ocorrer.

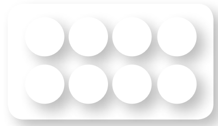
3.4 Ampliando a interpretação da multiplicação - arranjos retangulares e combinações

No jogo do 2, do 4, do 5 e do 10, várias vezes as crianças arrumavam suas caixinhas de ovos de uma maneira regular:

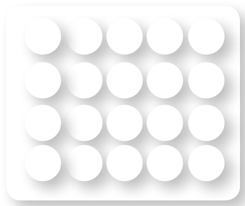
5 linhas de 2 = 5x2
2 colunas de 5 = 2x5



3 linhas de 4 = 3x4
4 colunas de 3 = 4x3



4 linhas de 5 = 4x5
5 colunas de 4 = 5x4

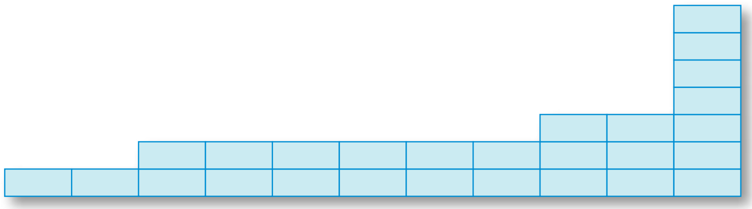


Os alunos devem perceber que, em disposições como essas, podem ser contadas algumas linhas com um número fixo de elementos ou algumas colunas também com um número fixo de elementos. Portanto, o total de elementos é sempre dado por uma multiplicação. Isso será útil em problemas do tipo:

1) Uma nuvem está cobrindo parte do telhado. Você consegue saber quantas telhas há no telhado?

2) O pedreiro já marcou o comprimento e a altura da parede de tijolos e vai completá-la. No total, quantos tijolos

serão gastos na parede?



A elaboração de combinações

Situações nas quais combinamos várias coisas e devemos contar o número de possibilidades das combinações também podem ser resolvidas por multiplicações.

Vamos pensar na seguinte situação:

A cantina

A cantina da escola está fazendo uma promoção: 1 salgado e 1 copo de refrigerante por R$1,20.

Salgados	**Refrigerantes**
Coxinha	Sol-Cola
Quibe	Guaraná
Paste	

Bruno está indeciso ... Ele tem tantos modos de escolher!

Você saberia dizer de quantas maneiras diferentes Bruno poderia aproveitar a promoção, comprando um salgado e um refrigerante?

Qualquer salgado que ele compre pode ser combinado com um dos dois refrigerantes. Veja, em cada linha, como poderia ser a compra de Bruno:

Coxinha e sol-cola

Coxinha e guaraná

Quibe e sol-cola

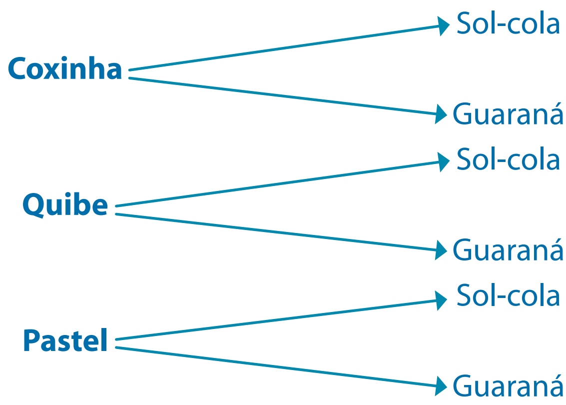
Quibe e guaraná

Pastel e sol-cola

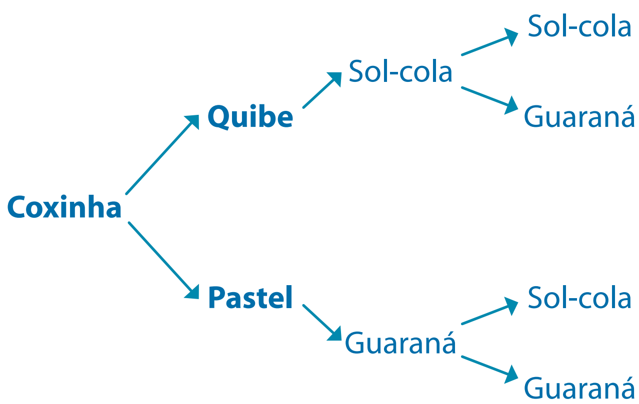
Pastel e guaraná

Cada um dos três salgados gera duas possibilidades (conforme o refrigerante). Portanto, partindo do número de salgados, que é 3, devemos multiplicá-lo por 2 para saber o número total de combinações possíveis.

Há outra maneira de representar essa situação, por meio do que chamamos árvore de possibilidades. Veja como é:



Aqui também podemos ver que o número de possibilidades é dado por 3x2, mas a árvore de possibilidades pode ser ampliada. Suponhamos que o dono da cantina resolveu incluir um doce na oferta, ficando tudo por R$1,50. Os doces que ele oferece são cocada e salada de frutas. Veja como fica:



Cada uma das seis possibilidades anteriores desdobrou-se em duas: com cocada ou com salada de frutas. O número de combinações é igual a 3x2x2 = 12.

3.5 Construindo os algoritmos de multiplicação

Mesmo antes de saberem processos formais de multiplicação, as crianças reagem de modo muito livre e muito lógico a propostas do tipo:

Você quer comprar 4 livros que custam 12 reais cada um. Quanto de dinheiro você precisa?

São freqüentes, por exemplo, soluções do tipo:

$10 + 10 + 10 + 10 = 40$

$2 + 2 + 2 + 2 = 8$

$40 + 8 = 48$

Mesmo após ensinar o modo de fazer a conta 4x12, o professor não deverá ter pressa para que todos aprendam esse formalismo, nem deve exigir que os alunos abandonem seus processos pessoais. Na verdade, fazendo isso, a escola tolhe o raciocínio das crianças, impedindo-as de desenvolver seu cálculo mental e obrigando-as a adotarem um processo que, muitas vezes, não compreendem.

É importante que, ao construir o algoritmo, o professor faça uma ponte entre o raciocínio dos alunos e o modo sistematizado. No caso da multiplicação, uma maneira poderia ser a seguinte:

Vocês pensaram muito bem e acertaram. O que vocês fizeram foi calcular quatro vezes a quantia 12 reais. Vocês já sabem que isso é uma multiplicação, uma "conta de vezes". Agora vou lhes mostrar um jeito que a maioria das pessoas adultas tem para representar essa conta que vocês fizeram. Começamos representando assim:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{4\ \times} \end{array}$$

Lemos de baixo para cima: 4 vezes 12

Vocês sabem que 12 reais é uma nota de 10 e mais 2 reais?

Para ter 4 vezes essa quantia, precisamos ter:

4 vezes 2 reais (mostra na conta "armada" e diz 4x2=8. Escreve o 8).

4 vezes a nota de 10 (mostra na conta o 4, o 1, quando fala na nota de 10, e diz 4 vezes a nota de 10 são 4 notas de 10. Escreve o 4).

Em seguida, deverá ter uma conversa com os alunos. Será que daquele jeito ficou certo? Foi um jeito certo de pensar? Todos concordam que o 1 representa a nota de 10 e o 4 representa 4 notas de 10? É importante aguardar respostas e argumentar, sem autoritarismo e sem dizer: "Não, assim está errado". Afinal, queremos que eles desenvolvam autonomia de pensamento e, para isso, eles devem externar suas dúvidas e terem respostas coerentes para elas.

De modo **análogo** pode ser proposta a questão: e se você quiser comprar 5 livros de 12 reais? Deixe que resolvam como quiserem e, em seguida, desenvolvam a multiplicação com recurso.

Multiplicações por 10 também devem ser trabalhadas.

Os alunos já vão conhecendo certos resultados: 10x2=20, 10x4=40,10x5=50,10x10=100. Manipulando material ou fazendo adições, eles deverão calcular 10x7, 10x9, 10x12.

Depois de colocar todos esses resultados no quadro de giz, o professor anuncia que vai pôr mais uma conta (por exemplo, 10x14) e quer saber se alguém vai dizer o resultado, sem fazer a conta.

Se os alunos já tiverem observado a regularidade dos resultados, dirão que basta colocar um zero no fim do 14 (será bom pedir que eles mostrem que isso é verdade). Se ainda não perceberam, deixar que calculem, por somas - 10 parcelas de 14 -, pegando material - 10 grupos de 14 palitos, por exemplo, ou por desenhos - poderá ser representando 10 vezes 14 risquinhos.

Uma nova situação-problema:

Quantos lápis existem em 12 caixas com 24 lápis em cada uma? Também nessa situação, mais complexa, é proveitoso deixar que os alunos procurem soluções próprias, que podem vir sob várias formas:

24 + 24 = 48	ou	24	144 + 144 = 288
48		24	
48		24	
48		24	
48		24	
48		24	
288		144	

Esses procedimentos são muito úteis, pois correspondem aos cálculos mentais que se fazem no dia-a-dia. O professor deverá apoiá-los e dizer que poderia ser feito de outro modo:

24	Lembrar que lemos 12 vezes 24.
<u>12 x</u>	Temos que calcular 12 vezes 24 lápis.
	Podemos calcular duas vezes e depois mais 10 vezes.
	Eles já sabem como calcular 2x24, mesmo nessa conta.
	(2x4=8, 2x2 = 4). Ficamos com:
24	Lembrar que aquele 2 de cima representa 20 lápis.
<u>2 x</u>	E que o 4 embaixo representa 40.
48	Falta ainda calcular 10 vezes os 24 lápis.
<u>240</u>	Mas isso eles já sabem quanto dá: 240. Colocam o
288	número (incluindo o zero) e somam 288 às parcelas.

É recomendável colocar a segunda parcela (240) sem omitir o zero final, por várias razões. Primeiro, a conta fica mais compreensível para o aluno. Além disso, muitos alunos estranham que se faça uma adição sem que os algarismos finais estejam alinhados (não compreendem que o último algarismo foi omitido, por ser zero).

Veja como dar sentido, inicialmente, à multiplicação 21x24:

24	Observe que, para calcular 20 vezes os 24 lápis,
<u>21x</u>	ele calcula primeiro 10 vezes, e depois mais 10.
24	
240	

240
504

A passagem ao modo reduzido de operar

No modo de operar que apresentamos, o aluno já está bem próximo do modo como é usualmente feita a multiplicação:

25
21x
24
480
504

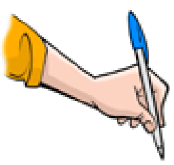
Entretanto, por mais próximos que estejam desse modo de operar, muitos alunos da 3ª série apresentam certa dificuldade e relutam em fazer a passagem, com compreensão, para essa forma. A dificuldade está no cálculo de 20x24.

Nesse ponto, duas alternativas se oferecem:

A primeira consiste em apresentar ao aluno o procedimento sistematizado: multiplicando 2 por 24, obtém-se 48, de preferência colocando um zero para ficar com 480. Podemos fazer o aluno ver que isso dá um resultado verdadeiro: a multiplicação de 2 por 24, e depois por 10, conduz a um resultado idêntico à soma de duas parcelas de 240. Embora não compreendendo claramente o processo, os alunos percebem que esse jeito reduzido de operar conduz a resultados verdadeiros.

A segunda alternativa seria a de os alunos continuarem operando pelo processo longo na 3ª série, deixando para a 4ª a inferência do algoritmo universal, quando, talvez pelo próprio período de maturação, as crianças têm demonstrado mais facilidade em inferi-lo ou, pelo menos, compreendê-lo.

Em nossa pesquisa, pudemos detectar quais procedimentos eram mais freqüentemente utilizados pelas crianças, em cada série escolar. Promovíamos certa socialização e sistematização dos mesmos na sala de aula. Pudemos inferir em que séries os algoritmos de sistematização universal chegavam a apresentar significado e possibilidade de compreensão pelas crianças - o que, de modo geral, só ocorria em séries posteriores àquelas em que são usualmente ensinados.



Será que essa pesquisa está de acordo com o que ocorre em sua(s) turma(s)? Faça um relato a esse respeito.

3.6 Outros desafios da multiplicação

Vergnaud (1978) lembra que, analisando a maioria dos problemas que necessitam de operações de natureza multiplicativa (multiplicação ou divisão), percebe-se que eles se situam, quase sempre, no quadro de duas grandes estruturas, que podem ser assim descritas:

a) relações de proporcionalidade entre dois tipos de grandezas: quantidades de certa mercadoria e seus preços, volumes de determinado produto e pesos correspondentes, etc. Nesse caso, há uma correspondência entre as medidas da primeira grandeza e as medidas correspondentes da segunda grandeza;

b) relações de produto de duas medidas, uma pela outra. O caso mais simples é o de área, que é o produto de um comprimento por outro comprimento.

No nosso ponto de vista, cada uma dessas estruturas, ou classe de problemas, requer do professor uma cuidadosa atenção para que o aluno perceba claramente a razão do uso de uma multiplicação ou de uma divisão para resolvê-las; ou seja, que o aluno faça a articulação entre as várias interpretações da multiplicação e a situação-problema em foco.

No caso de comparação de valores de grandezas, ele deve perceber que, se a quantidade de certa mercadoria dobra, seu preço também dobra. É evidente a analogia com a soma de parcelas repetidas. No caso da área, também há essa analogia, como podemos ver no caso mais simples do retângulo:

1	2	3	4	5	6

Se a base mede seis unidades de comprimento e a altura três unidades de comprimento, para saber a área devemos contar o número de unidades de área (no caso, os quadradinhos) contidas na figura.

Desenhando esses quadradinhos, vemos que aparecem na base exatamente 6 (correspondentes às 6 unidades de comprimento). Na figura toda, temos 6 + 6 + 6 unidades de área, ou 3x6, que é, como previsto, o produto da medida da base pela medida da altura.

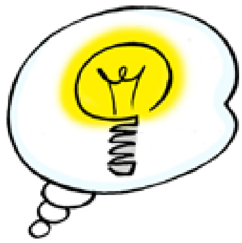
Embora o aluno tenda a automatizar o procedimento do cálculo da área pelo produto, ele terá uma maior compreensão lógica do processo, se essas analogias forem explicitadas.

Além disso, lembramos que cada classe de problemas desdobra-se em múltiplas possibilidades e, para cada uma, os alunos deverão dispor de tempo para reflexões e formulação de estratégias e o professor, tempo para ouvir, argumentar, aceitar várias soluções, fazer comentários, ajudando os alunos a aprofundarem relações no que se refere às situações de multiplicação e divisão.

3.7 A divisão

Já mostramos como processos de divisão aparecem, de modo implícito ou explícito, articulados a processos de multiplicação. Apesar disso, optamos por apresentar ao professor um desenvolvimento separado da divisão, para dar ênfase aos conceitos e procedimentos que devem ser desenvolvidos.

Vamos lembrar, inicialmente, que existem duas idéias ligadas à divisão: uma idéia é a de distribuir de modo que todos recebam igualmente, o que é o mesmo que fazer uma partilha; a outra é a de formar grupos de mesmo tamanho, ou fazer agrupamentos. Embora o modo de fazer a divisão possa ser o mesmo nas duas situações, vamos desenvolver as duas idéias separadamente, pois elas são importantes para a compreensão e resolução de problemas.



Divisão como partilha:

Certa quantidade vai ser dividida igualmente num número pré-fixado de partes. Procura-se saber quanto caberá a cada parte.

Exemplo: 28 peixes serão divididos em 7 aquários. Quantos peixes cada aquário vai receber? Representação: 28 : 7 = 4

Divisão como medida ou formação de grupos:

Certa quantidade vai ser dividida em partes com tamanho pré-fixado. Procura-se saber quantas partes serão obtidas.

Exemplo: 28 peixes serão arrumados, sete de cada vez, em sacos plásticos. Procura-se saber quantos sacos serão necessários. Representação: 28 : 7 = 4

3.7.1 O entendimento e a sistematização da divisão - dividindo para ver quanto dá em cada parte

Podemos propor a crianças, sem qualquer conhecimento prévio sobre divisão, a seguinte situação:

7 litros de leite devem ser distribuídos igualmente para 3 pessoas.

Quanto cada uma vai receber?

A maioria (por volta de 7 anos) deverá chegar a um resultado correto: 2 litros para cada uma. Sobra 1 litro.

7 Litros		3 Pessoas
Gasta 6 litros e ainda sobra 1 litro	⟵	(se der 2 litros para cada um)
Não dá mais para dividir	⟶	Cada um recebe 2 litros

As flechas indicam o percurso do pensamento: Se eu der dois litros para cada uma das três pessoas, então gastarei seis litros e ainda sobrará um, que não poderá ser dado, porque tenho só um e são três pessoas. Então cada uma ficará somente com dois.

Outra situação semelhante pode ser apresentada:

R$ 75,00 devem ser repartidos igualmente entre três pessoas.

Quanto cada uma vai receber?

Devemos deixar que resolvam livremente, de preferência em grupos, para poderem discutir e dizer o que pensam. Poderão surgir várias soluções, como as apresentadas abaixo:

Na primeira solução, o aluno foi imaginando a distribuição do dinheiro pelas três pessoas e foi, mais ou menos, controlando mentalmente o que ia dando. Primeiro imagina dar 10 a cada um e vê que gastará 30. Percebe que poderá dar mais 10 a cada um e novamente gastará 30 reais. Acha que não dá mais para dar 10 para cada um e tenta 5. Mentalmente, soma e sabe que já distribuiu os 75 reais. Sabe que dará 25 a cada um. (Pode ser que depois de dar duas vezes 10 a cada um, tente de 1 em 1).

Na segunda solução, o aluno também imagina a distribuição do dinheiro pelas três pessoas, mas parte do total. Vai tirando e controlando, mentalmente, o que ainda sobra. Repare que ele parte de 70, porque acha que ficará mais fácil ir sabendo quanto sobra. Mas não se esquece de que, no fim, ainda terá os 5 reais para dar. Tira 10 para cada um, sobram 40. Tira novamente 10 para cada um, sobram 10. Poderá dar 5 a duas pessoas e lembra-se de que ainda tem 5 para dar à terceira pessoa.

É mais fácil fazer com que falem sobre o que fizeram do que registrar por escrito. Geralmente, a escrita pára quando o aluno já tem mentalmente a resposta. Na segunda solução, quando percebe que já deu 20 a cada um e sobram 10 (dos 70), e mais os 5 que reservou no início, já sabe o resultado e não escreve mais.

O ensino tradicional ignora totalmente esse potencial de raciocínio tão rico dos alunos. Nega a eles o direito de pensar. Em vez disso, o professor ensina a memorizarem passos de uma conta obscura, que lhes parece desvinculada da situação que precisam resolver. Muitas vezes, nem uma situação contextualizada existe. O professor (ou o livro) anuncia que vai ensinar a conta de dividir. Nesses casos, o aluno não vivencia para que fazer aquela conta, nem compreende o que está sendo feito, embora o professor insista em que ele deva saber fazer tudo aquilo.

O que propomos é que, tendo visto algumas soluções dos alunos, o professor procure construir algoritmos que reflitam esses processos. No caso das soluções apresentadas, o professor poderá construir um algoritmo pela soma e outro pela subtração. Nos primeiros registros, os alunos entendem melhor quando se indicam as pessoas e o quanto vão recebendo.

75 reais	**3 pessoas**	**75 reais** **70 reais**	**3 pessoas**
			
30	10 10 10	40	10 10 10
30	10 10 10	10	10 10 10
15	5 5 5	0	5 5 5
75	25 25 25		25 25 25

A sistematização da divisão

O professor pode anunciar que há ainda outros modos de fazer a divisão e que um deles é muito usado pelos adultos. Para mostrar, o professor pega sete notas de 10 e uma de cinco.

Veja como pode ser feita e o modo de pensar:

75 reais	3
6	25
15	
15	
0	

Sete notas de 10 reais. Cada uma das três pessoas recebe duas notas (marco o 2). 3 x 2 notas = 6 Subtraio de 7 e sobra uma nota de 10.

Para dividir uma nota de 10 para três, preciso trocá-la. Pode ser por dez notas de 1 real ou por duas notas de 5 reais. Junto com os 5 reais que ainda sobram, ficando com 15 . Divido para as três pessoas e dá 5 para cada uma (marco o 5). Não sobra nada.

A divisão de quantias terminadas em zero por 10, 100, 1.000

O professor propõe que façam, do modo que quiserem, as seguintes divisões:

10 reais ÷ 10 pessoas =

20 reais ÷ 10 ÷pessoas =

30 reais ÷ 10 pessoas =

100 reais ÷10 pessoas =

De modo geral, temos:

Sistematizando

Para você dividir:

- por 10, basta tirar um zero da quantidade que quer dividir.

Em outras ocasiões, eles perceberão que, para dividir:

- por 100, basta tirar dois zeros da quantidade que querem dividir

- por 1.000, basta tirar três zeros da quantidade que querem dividir

Na coluna da direita, alguns números são resultados de contas da 1ª coluna.

Numere a 2ª coluna de acordo com a 1ª:

(1) 1.240 : 10	( ) 230
(2) 23.000 : 100	( ) 1.200
(3) 12.000 : 1000	( ) 2.300
(4) 230 : 10	( ) 124
	( ) 12
	( ) 23

O entendimento e a sistematização da divisão - Fazer agrupamentos

Dividindo para ver quantas partes se consegue formar

Pense na seguinte situação-problema:

Dona Zulmira vende doces em saquinhos. Ela coloca quatro doces em cada saquinho. Certo dia, fez 56 doces.

Ela ficou pensando de quantos saquinhos precisaria.

"Para fazer dois saquinhos, vão oito doces", pensou.

"Para fazer quatro saquinhos, são 16 doces;

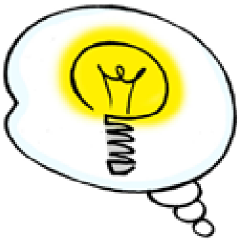
para oito, são 32 doces;

para 16, 64 doces. É muito. Não tenho tanto.

Para 12,48 doces.

Para 14, 56 doces.

É isso. Para ensacar os 56 doces preciso de 14 saquinhos".



Professor(a), você acompanhou o raciocínio de Dona Zulmira? É assim que muitas situações são resolvidas na prática. Sem o algoritmo formal ensinado na escola, apenas com raciocínio.

Se ela quisesse resolver esse problema com uma operação aritmética, teria que fazer uma divisão: na prática, a ação é de separar ou dividir os doces em grupos de quatro, e ver quantos grupos são formados.

Observação:

Nesta situação, a divisão não será feita para ver quantos doces cada saquinho recebe. Dizemos que essa divisão procura formar grupos, ou porções de mesmo tamanho. O resultado diz quantas porções ou grupos serão formados.

Para Compreender Mais

O processo da divisão de números naturais

Veja como fazer para dividir 145 metros em pedaços de 25 metros

145	25		145	25
			-125	5
			20	

Numa estimativa inicial, podemos pensar se será possível cortar 10 pedaços. Mas, para isso, precisaríamos de 10x25=250m. Isso é bem mais do que temos, logo devemos tentar 5 ou 6. Se pusermos 6, devemos multiplicar 6 por 25 para saber o total de pano gasto nos 6 pedaços. Temos: 6x25 = 150. Ainda passa do que temos. Se pusermos 5, gastaremos 5x25 = 125 metros. Fazendo a subtração 145 - 125 veremos quanto sobrou de pano.

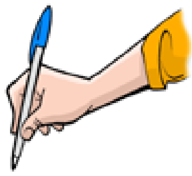
A divisão que fizemos significa que em 145 metros cabem cinco pedaços de 25 metros e ainda sobram 20 metros.

Verificação:

5 x 25 = 125

125 + 20 = 145.

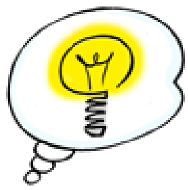
Atividades como essas podem ser propostas aos alunos, sem lhes dizer que se trata de uma divisão. Mesmo alunos que já usaram o algoritmo da divisão no sentido de partilha não pensam imediatamente em usar o mesmo processo, pois, aparentemente, a situação lhes parece bem diferente. É melhor dar-lhes tempo suficiente para criarem estratégias. Só após isso o professor mostrará que pode ser resolvida por uma divisão. Na verbalização do algoritmo, não usar termos que correspondem à partilha, mas os que correspondem à formação de grupos. Não é o caso, por exemplo, de dizermos 145 dividido por 25, que poderia sugerir 25 pessoas. Em vez disso, falar em 145 dividido em pedaços de 25 e conjeturar quantos podem ser cortados, como fizemos.



a) Enuncie dois problemas, ambos podendo ser resolvidos por uma divisão. Um deles deve referir-se a uma situação de partilha; outro deve referir-se a uma situação de formação de grupos.

b) Resolva os problemas efetuando uma conta de divisão. Escreva como você verbalizaria cada uma delas, considerando que se referem a situações distintas.

Situação-problema



O dono de uma fazenda quer fazer uma cerca de 585 metros de comprimento na frente de um terreno, pondo estacas em intervalos de 15 metros.

a) Quantos intervalos haverá na cerca?

b) Quantas estacas serão colocadas?

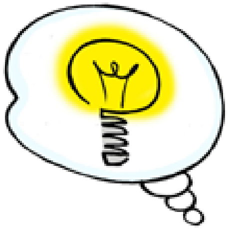
Observar que, para a parte (a), basta fazer uma divisão (os 585 metros de comprimento ficarão divididos em intervalos de 15 metros). Devemos procurar saber quantos desses intervalos cabem nos 585 metros. Poderíamos somar de 15 em 15 até chegar a 585; também poderíamos, saindo dos 585, ir tirando 15, até acabar. Ou podemos fazer a conta de dividir. Por qualquer processo, obteremos 39 intervalos.

Mas, se pensarmos bem, veremos que esse não é o número de estacas.

Podemos contar uma estaca inicial para cada intervalo. Desse modo, estaremos contando corretamente as estacas, mas no último intervalo devemos lembrar que falta ainda a última estaca.

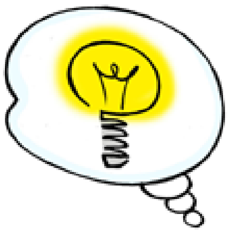
Ao longo da História, diversas culturas tiveram diferentes modos de fazer operações aritméticas. Pesquise na internet sobre modos que existiram, diferentes do atual, de fazer multiplicações e divisões. Apresente o resultado de sua pesquisa.

Faça um levantamento, na sua escola, do que tem sido efetivamente mudado no ensino de matemática: livro didático, currículo, metodologia, o espaço de manifestação e argumentação concedido ao aluno, o modo de desenvolver certos tópicos específicos, etc.



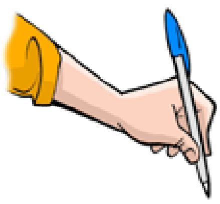
Estamos passando por uma transição entre dois processos de ensino e aprendizagem de matemática: o tradicional, em que o professor apresenta, diz como faz, e a criança repete e reproduz; e o atual, no qual o professor propõe, encaminha, desafia, e a criança pensa, participa, comunica-se e debate com outros colegas e com o professor.

Você acha desejável que essa transição se efetive? Você acha possível que isso aconteça? Quais fatores podem acelerar ou retardar essa transição?



A validade de procurar uma nova distribuição, ao longo das séries, para a aquisição de habilidades nos fatos da multiplicação.

A validade de procurar construir, nas séries iniciais, algoritmos operatórios (contas) mais próximos dos processos infantis. Considere, particularmente, o caso da subtração.



Como passar de uma posição de professor tradicional de matemática, que tudo ensina numa forma pronta, para a de um professor atualizado, que dá tempo para a produção infantil e considera essa produção, no processo de ensino e aprendizagem?

Registre as conclusões em um texto!

Você encontrará interessantes considerações teóricas e sugestões práticas para sala de aula, sobre os temas deste fascículo, principalmente nos textos abaixo:

KAMII, C. *A criança e o número*. Campinas: Papirus, 1984.

_______. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papirus, 1988.

KAMII, C. *Aritmética*: novas perspectivas. Implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1993.

ZUNINO, D. L. *A Matemática na Escola*: Aqui e Agora. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

LERNER, D. e SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: Parra e Saiz (org.) *Didática da Matemática*. *Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

Referências

BERTONI, N. e GUIDI, R. *Numerização. Projeto*: Um novo currículo de matemática para o 1º grau. Mat/UnB. MEC/CAPES/PADCT. Subprograma Educação para a Ciência. Apostila mimeografada,1986.

BERTONI N. *Interpretações múltiplas da subtração em N*. Projeto: Um novo currículo de matemática para o 1º grau. Mat/UnB. MEC/CAPES/PADCT. Subprograma Educação para a Ciência. Apostila mimeografada, 1988.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática (5ª a 8ª série). Brasília: MEC/SEF, 1998.

DELHAXHE e GODENIR. *Agir avec le nombre*. Bruxelas: Labor, 1992.

FAYOL, M. *L´enfant et le nombre. Actualités Pedagogiques et Psychologiques*. Paris: Dalachaux et Niestlé, 1989.

HAREL, G. e CONFREY, J.(editores). *The Development of Multiplicative Reasoning*. State University of New York Press, Albany, 1994.

KAMII, C. *A criança e o número*. Campinas: Papirus, 1989.

LERNER, D. e SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: Parra e Saiz (org.) *Didática da Matemática. Reflexões Psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MONTESSORI, M. *Psicoaritmética*. Milão: Garzanti, 1971.

VERGNAUD, G. *La théorie des champs conceptuels*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23): 133-169, 1991.

ZUNINO, D.L. *A Matemática na Escola*: Aqui e Agora. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

Anexo

Atividades Lúdico-didáticas

Jogo da memória

Metade das peças numa cor, contendo fatos em aberto: 0x2, 1x2, 2x2, 3x2, 4x2, 5x2, etc. e a outra metade, em outra cor, com as respostas 0, 2, 4, 6, 8, 10, etc. As cores diferentes são para assegurar que o aluno, ao virar um cartão de cada cor, esteja efetivamente pegando um fato em aberto e uma resposta.

Bingo

As cartelas dos alunos deverão conter algumas (cerca de cinco) respostas (variando de 0 a 20, ou até 24) e o professor deverá "cantar" os fatos (0x2, 1x2, 2x2, 3x2, 4x2, 5x2, 6x2, 7x2, 8x2, 9x2, 10x2, 11x2, 12x2), à medida que os sorteia.

Exemplo de cartela do Bingo:

8	14	0
10	6	###

Dominó

As peças deverão ter o seguinte aspecto:

10	4x2		8	0x2

Cobre-todos

Material:

2 dados comuns, ambos com a face 6 tampada (passa a valer 0).

Tampinhas de garrafa.

Modo de jogar:

2 jogadores, um de cada lado do tabuleiro.

Cada jogador lança os dois dados, soma os números e multiplica o total por 2. O resultado obtido é um dos números no seu lado do tabuleiro, que deverá ser coberto com uma tampinha. Por exemplo, se os números obtidos nos dados forem 4 e 5, devem ser somados, dando 9, e depois multiplicados por 2, dando 18. O aluno cobre o 18.

Ganha o jogo quem primeiro cobrir todos os números do seu lado.

20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20