



EDUARDO QUEIROGA

## TEORIA

# De vezes e de dividir

Por serem consideradas complicadas, a divisão e a subtração só apareciam no currículo depois que as crianças dominassem bem a adição e a subtração. Mas os alunos só têm a ganhar quando aprendem todos os conceitos desde o início da escolaridade

THAÍS GURGEL  
novaescola.abril@atleitor.com.br

A partir de quando é possível abordar a multiplicação e a divisão na escola? A resposta é de ouçar os educadores mais conservadores: elas já podem aparecer nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Problemas envolvendo ambas as situações devem ser explorados em um trabalho continuado que percorra toda a escolaridade. Outra visão que se modificou nos últimos anos diz respeito à segregação do multiplicar e do dividir. Por que tratá-los como etapas diferentes se a ligação entre eles é tão estreita? A idéia defendida por especialistas é buscar cada vez mais

evidenciar as relações existentes entre as operações, mesmo antes da sistematização de seus algoritmos.

Desenvolver a compreensão dos conceitos por trás das operações e dar condições às turmas para que joguem com as estruturas multiplicativas amplia a visão sobre a Matemática. Resultado? O aluno avança de forma autônoma na resolução dos problemas e o que parecia indecifrável começa a fazer sentido.

A possibilidade de mudança no ensino se baseia principalmente na Teoria dos Campos Conceituais, do psicólogo francês Gérard Vergnaud, que teve suas

primeiras inserções no Brasil no fim dos anos 1980. O pesquisador diferencia campo aditivo (tema do encarte de Matemática de NOVA ESCOLA em maio) de campo multiplicativo, identificando as particularidades de cada uma das áreas, mas também ressaltando o que elas têm em comum: as operações não são estanques – não se pode descolar a adição da subtração, assim como não se separa a multiplicação da divisão, e não há somente um caminho para solucionar os problemas.

Com tantas negativas em seus pontos-chave, a teoria de Vergnaud se coloca em contraposição ao ensino convencional. “Trabalhar com campos conceituais é romper o contrato didático estabelecido tradicionalmente”, explica Lilian Ceile Marciano, orientadora pedagógica e formadora de professores da Escola da Vila, em São Paulo. “Primeiro você apresenta a situação-problema. Só depois de ela ser elaborada pelos alunos é possível começar a discussão sobre as possíveis estratégias para resolvê-la.” O aluno pode não ter familiaridade com o algoritmo nem perceber que a adição repetida faz parte do caminho para a multiplicação, mas vai se apropriando da operação com as ferramentas que já possui.

### Diferentes enunciados

A divisão traz, desde o início, um fator de complexidade quando comparada às operações do campo aditivo: ela trabalha com quatro termos – dividendo, divisor, quociente e resto –, em vez de apenas os três da adição e da subtração. A diversidade de tipos de problemas exige o domínio das diversas relações matemáticas para ser resolvida.

Assim, pode-se ter várias modalidades de enunciados que partam dos mesmos elementos, como no exemplo:

“Dezessete balas são divididas entre 5 crianças. Quantas balas ganha cada uma se os doces forem distribuídos igualmente?” De formas variadas, os pequenos devem chegar ao resultado: 3 balas para cada uma e sobram 2. A questão pode ser alterada sem modificar os termos: e se as balas forem distribuídas uma a uma até acabarem? Nesse caso, formam-se dois grupos com quantidades diferentes, e o aluno verificará – por contagem, subtração repetida ou multiplicando números por 5 até chegar ao mais próximo de 17 ( $3 \times 5$ ), entre outras estratégias – que cada criança recebe 3 balas e 2 ficam com 1 bala a mais.

Há também como alterar o local da incógnita na operação, usando sempre os mesmos termos: 17 balas foram distribuídas igualmente entre um número de crianças, cada uma ficou com 3 e sobram 2. Quantas crianças havia? Neste caso, a relação de inverso entre multiplicação e divisão é o destaque. Quanto mais tipos de problema as turmas conhecerem, mais elas ampliarão a compreensão das operações e aumentarão o repertório de estratégias.

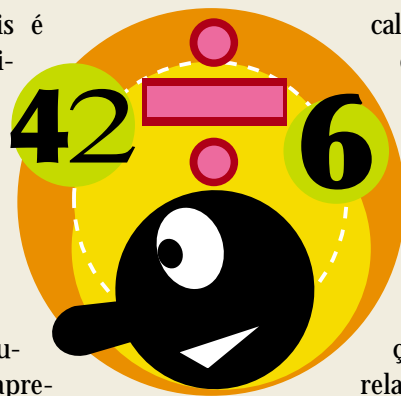
Percebe-se também que relações referentes ao campo aditivo, como a

composição e a decomposição de números, servem de base para progredir no campo multiplicativo, assim como a compreensão do valor posicional e real dos algarismos.

### Classificação dos problemas

Até o 5º ano do Ensino Fundamental, é importante trabalhar com três conceitos do campo multiplicativo: a proporcionalidade, a organização retangular e a combinatória (veja atividades entre as páginas 78 e 81). Com a proporcionalidade, a criança percebe a regularidade entre elementos de uma tabela – se um pacote tem 5 figurinhas, 2 pacotes têm 10, 3 pacotes têm 15 etc. – e deve também ter oportunidade de constatar a idéia da proporcionalidade inversa (fenômeno da diminuição proporcional de um dos elementos com o aumento do outro. Exemplo: uma caixa-d’água tem seu volume diminuído pela metade a cada semana. Quanto tempo levará para chegar a  $1/8$  de sua capacidade total? Nessa lógica, quanto maior o tempo, menor é o resultado obtido).

A organização retangular – também conhecida como análise dimensional ou produto de medidas – pode ter mais questões de seu potencial de complexidade tratadas nas séries iniciais. Algumas propostas envolvem o desafio de descobrir a área de uma superfície, ▶





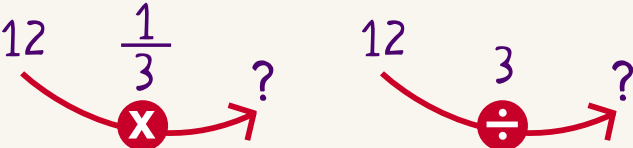
## Divisibilidade sem decoreba

Todo número par é divisível por 2. Um número é divisível por 3 se a soma dos algarismos que o compõem for divisível por 3. Regras como essas talvez pareçam práticas no trabalho com a divisibilidade, mas o seu uso pode incorrer na mesma questão dos algoritmos: ele perde o sentido se não for revestido de significação para a garotada. Ao decorar a “fórmula mágica”, que verifica se um número é divisível por outro sem fazer a conta armada, é possível ofuscar a maior riqueza desse tipo de atividade: que a criança perceba as regularidades da divisão. “Em problemas de máximo divisor comum (MDC), por exemplo, os alunos costumam começar simplesmente testando o maior número”, diz Priscila Monteiro, formadora do programa Matemática É D+, da Fundação Victor Civita. “Essa estratégia é positiva e deve ser validada pelo professor.” Ela destaca que o interessante do trabalho com atividades que envolvem divisibilidade é o potencial de discutir estratégias e, em conjunto, elaborar hipóteses de generalização de fenômenos – o que mais tarde as turmas verificarão serem propriedades da divisão.

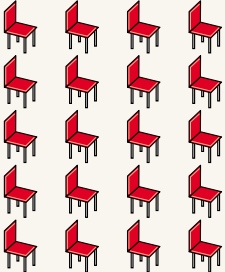
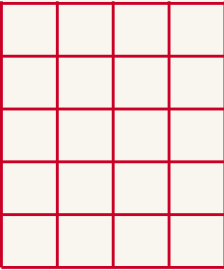
## A classificação da multiplicação e da divisão

Assim como no campo aditivo, os problemas do campo multiplicativo foram divididos em categorias pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud. Com essa organização, é possível trabalhar os conceitos de multiplicação e divisão já nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

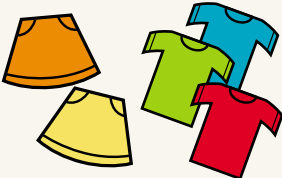
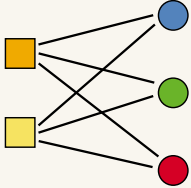
### PROPORCIONALIDADE

EXEMPLO	OBSERVAÇÃO	VARIAÇÕES
<p>Na festa de aniversário de Carolina, cada criança levou 2 refrigerantes. Ao todo, 8 crianças compareceram à festa. Quantos refrigerantes havia?</p> 	<p><b>Regularidade</b></p> <p><b>A está para B na mesma medida em que C está para D</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>8 crianças levaram 16 refrigerantes ao aniversário de Carolina. Se todas as crianças levaram a mesma quantidade de bebida, quantas garrafas levou cada uma?</li> <li>Numa festa foram levados 16 refrigerantes pelas crianças e cada uma delas levou 2 garrafas. Quantas crianças havia?</li> <li>4 crianças levaram 8 refrigerantes à festa. Supondo que todas levaram o mesmo número de garrafas, quantos refrigerantes haveria se 8 crianças fossem à festa?</li> </ul>
<p>Marta tem 4 selos. João tem 3 vezes mais do que ela. Quantos selos tem João?</p> 	<p><b>Regularidade</b></p> $A \times B = C$ $A = \frac{C}{B}$ $B = \frac{C}{A}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>João tem 12 selos e Marta tem a terça parte da quantidade do amigo. Quantos selos tem Marta?</li> </ul> 

### ORGANIZAÇÃO RETANGULAR

<p>Um salão tem 5 fileiras com 4 cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras há nesse salão?</p> 	<p><b>Análise dimensional</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Um salão tem 20 cadeiras, com 4 delas em cada fileira. Quantas fileiras há no total?</li> <li>Um salão tem 20 cadeiras distribuídas em colunas e fileiras. Como elas podem ser organizadas?</li> </ul>
---	---	---

### COMBINATÓRIA

<p>Uma menina tem 2 saias e 3 blusas de cores diferentes. De quantas maneiras ela pode se arrumar combinando as saias e as blusas?</p> 	<p><b>Formação de subconjuntos</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 2 saias, quantas blusas ela tem?</li> <li>Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 3 blusas, quantas saias ela tem?</li> </ul>
--	--	--

quantas peças cabem em um tabuleiro, o número de casas ou de uma casa específica em jogos com tabelas numéricas. “É comum a criança não entender de início que um retângulo de três fileiras e quatro linhas tenha o mesmo número de casas que um de quatro fileiras e três linhas”, explica Ana Ruth Starepravo, educadora e pesquisadora da Universidade de São Paulo. “Familiarizar-se com essa noção é importante para o campo multiplicativo e para a geometria e a percepção do espaço.”

A análise combinatória – conteúdo antes reservado às turmas do Ensino Médio – ganha lugar nas séries iniciais. Os desafios que desenvolvem combinação são adaptados para ficar ao alcance do entendimento dos alunos menores. No início, a garotada geralmente faz representações usando desenhos ou identificando, com outras notações, elemento por elemento no papel, e somente depois faz a contagem. Essa estratégia é útil e importante para a compreensão da operação, mas, quando diferentes maneiras de calcular são discutidas pelo grupo, validadas pelo professor, e a grandeza dos números envolvidos cresce, é hora de sistematizar o conhecimento. “É preciso dar conta das idéias que estão por trás do concreto”, explica Esther Pillar Grossi, doutora em Psicologia da Inteligência e coordenadora do Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação (Geempa), em Porto Alegre. “É importante ter algo que possa ser generalizado, um conhecimento que já foi incorporado e que possa ser usado sem ser preciso inventar uma estratégia a cada problema.”

### Aglomerado de saberes

A idéia de que dispomos de um aglomerado de saberes – espécie de rede maleável e aberta que se reorganiza a cada novo conhecimento adquirido, criando no-

## Mudança de verdade

Romper com a educação matemática tradicional é válido desde que a mudança seja construída com consistência. “O que mais ouço em formações de professores são discursos estereotipados e vazios, como o clichê de desenvolver o raciocínio lógico e de estimular que as crianças ‘vivenciem’ os problemas”, conta Silvia Swain Canoas, docente da Universidade do Estado de Minas Gerais e especialista em campo multiplicativo. “Quando pergunto que tipo de prática propicia esses objetivos, eles repetem o velho esquema linear de trabalho com as operações.” Para ela, uma das maiores dificuldades dos professores é o fato de não compreenderem realmente o que se busca com o uso do campo multiplicativo.

É preciso ter clareza de que trabalhar nessa linha é oferecer oportunidades de estabelecer mais relações matemáticas com as mesmas operações que são trabalhadas no ensino tradicional. Primeiro, o professor deve saber quais delas podem ser trabalhadas nas séries iniciais – a proporcionalidade (direta e inversa), a organização espacial e a combinatória. Quanto mais amplo for o conhecimento do professor sobre elas, maior facilidade ele terá para reconhecer os tipos de problema.


Assim, a tendência é que a diversidade de questões e de resoluções cresça, assim como a rede de saberes do próprio aluno.

vas relações –, trabalhada por seguidores de Vergnaud, remete à idéia de que não há sentido em separar o aprendizado das operações, mas sim aproveitar as relações estabelecidas para avançar no estudo da Matemática.

O campo aditivo e o multiplicativo podem ser ensinados paralelamente e de maneira não linear. As relações entre adição e multiplicação e entre subtração e divisão devem ser explicitadas, como explica Esther: “O ensino da disciplina nas séries iniciais caminha em três pistas: desenvolver as estruturas numéricas, aditivas e multiplicativas”. Uma vez ativa em todas essas áreas, por mais que não as domine de imediato, a criança vai gradualmente tecendo as relações entre os conceitos das operações, e o posterior aprendizado do algoritmo ganhará significado.

Sob esse enfoque, saber armar uma conta sem entender o porquê da escolha da operação não faz sentido. Um termômetro disso é a necessidade de a criança perguntar qual operação deve ser utilizada em cada problema. “Pode-

se estabelecer uma analogia com a informática”, diz Jorge Falcão, da Universidade Federal de Pernambuco. “Qualquer programador faz o computador calcular. O desafio é conseguir que a máquina interprete o problema e decida qual operação realizar.”

De todo modo, o algoritmo não deve ser desprezado, mas é crucial que a criança compreenda o que é o resto, por exemplo, sem a idéia de que seja simplesmente um dos elementos dos quais tem de dar conta para executar o algoritmo da divisão. Aquela que enxergar além disso nas séries iniciais sairá em vantagem no percurso de compreensão da Matemática. 



### QUER SABER + ?

#### CONTATOS

- ▶ Ana Ruth Starepravo, starepravo@uol.com.br
- ▶ Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação (Geempa), www.geempa.org.br
- ▶ Jorge Falcão, falcao.jorge@gmail.com
- ▶ Silvia Swain Canoas, scanoas@uol.com.br

#### BIBLIOGRAFIA

- ▶ Crianças Fazendo Matemática, Terezinha Nunes e Peter Bryant, 246 págs., Ed. Artmed, tel. 0800-703-3444, edição esgotada

### EXCLUSIVO ON-LINE

Faça o download do jogo Sjoelbak em [www.novaescola.org.br](http://www.novaescola.org.br)