tvescola
o canal da educação

Dica Pedagógica

Os Exploradores de KUONT

Episódio:

“Brincadeiras”

Sinopse Geral

Numa galáxia muito, muito, mas muito distante mesmo, existe um planeta chamado Kuont. Quando os habitantes de Kuont chegam à adolescência, eles têm que fazer uma viagem intergaláctica para conhecer outras formas de vida existentes no universo. Gabi, Beto, Buscador e Quati são de Kuont e escolhem a Terra para completar sua viagem de conhecimento. Para cumprir sua missão, eles precisam da ajuda de um terráqueo para entender como funciona a vida aqui na Terra. Para sorte dessa turma curiosa, eles encontraram uma pessoa muito especial, o Cleber. E para sorte do Cleber, ele conheceu novos amigos de outro planeta e passou a encarar sua vida de uma forma diferente.

Sinopse do Episódio

Gabi está entediada na BAM! e procura algo diferente para fazer. Beto também procura alguma atividade divertida para levar a Ana Garota. Beto está tão apaixonado que está pensando em ficar na Terra. Cleber sugere a Beto que ele vá a um circo, um lugar onde é possível se divertir muito. Ainda entediada na BAM!, Gabi resolve jogar o jogo da velha com o Buscador enquanto Cleber ensina truques de mágica para Beto poder impressionar Ana Garota. Enquanto isso, o nosso querido Quati testa sua sorte num jogo de par ou ímpar bastante peculiar.

NÍVEL DE ENSINO
Ensino fundamental.

COMPONENTE CURRICULAR
Matemática.

DISCIPLINAS RELACIONADAS
Ciências (Física) e Educação Física.

CONCEITOS ABORDADOS NO EPISÓDIO

- Problemas de contagem.
- Cálculo de possibilidades no "par ou ímpar" e "zero ou um".
- Probabilidade. Porcentagem. Potenciação.
- Princípio da indução matemática (apresentação de forma simplificada).
- Visualização espacial a partir do jogo da velha 3D.
- Representação algébrica do número mínimo de movimentos para solucionar a Torre de Hanói com "n" discos.
- Linhas e colunas.
- Leitura e representação de informações em tabelas. Problemas de contagem.

Comentários dos autores sobre os conceitos abordados

Caro(a) professor(a), apresentaremos alguns comentários e sugestões de atividades para dar suporte à exibição do episódio "Brincadeiras", da série "Os Exploradores de Kuont". Os episódios da série são divididos em três blocos e cada bloco aborda ao menos um conceito diferente de matemática básica.

No primeiro bloco, Cleber ensina um truque de cartas com o Beto, que necessita apenas de matemática para ser realizado. É útil para fixar a diferença entre linhas e colunas na representação de tabelas. Pode ser feito com alunos menores.

No segundo bloco, Cleber apresenta conceitos de probabilidade nos jogos de "par ou ímpar" e "zero ou um", realizados pelas crianças para selecionar os primeiros e últimos em um determinado jogo ou evento. Observe o diálogo a seguir.

BETO
Cleber, você já ouviu falar em "zero ou um" e "par ou ímpar"?

CLEBER
Claro que sim! Até hoje eu uso "zero ou um" e "par ou ímpar" quando vou jogar futebol com meus amigos. O legal desses jogos é que são utilizados

por pessoas de todas as idades para pequenas disputas como, por exemplo, a decisão de qual time começará a partida de futebol, ou que jogador iniciará a partida de um jogo de tabuleiro.

BETO

E quando a gente usa "zero ou um" e "par ou ímpar"?

CLEBER

Olha só, "zero ou um" não serve para ser disputado por apenas 2 pessoas. Suas regras são simples: cada uma dentre as 3 ou mais pessoas que estiverem disputando esticará o braço, com a mão fechada, quando escolher o zero, ou com o indicador esticado, quando escolher o um. Vence quem fizer a escolha diferente das escolhas de todos os demais participantes.

BETO

E quem tem mais chances de ganhar? Quem escolhe zero ou quem escolhe um?

CLEBER

Beto, nesse jogo a probabilidade de um jogador vencer depende do número de participantes. Vejamos o caso de 3 participantes: Antônio, Beatriz e Cláudia.

CLEBER

Note que, de todos os 8 casos possíveis, apenas 2 são favoráveis ao Antônio. Desta forma, a probabilidade de vitória do Antônio é dada por 2/8, ou seja, um 1/4. Agora, se incluirmos mais um participante no jogo, o total de casos possíveis passa a ser 16, dos quais, novamente, apenas 2 são favoráveis. Desta forma, a probabilidade de cada um dos jogadores, passa a ser de 2/16, ou seja, 1/8. Perceba que, quanto maior for o número de participantes, menor será a probabilidade individual de vitória de cada um deles. Porém, independentemente do número de participantes dessa disputa, todos terão a mesma probabilidade de sucesso.

BETO

E com o "par ou ímpar" é a mesma coisa? Cada participante tem metade da chance de ganhar?

CLEBER

Pode parecer estranho, mas no "par ou ímpar" entre 2 pessoas não é sempre assim. É bom ressaltar que o par ou ímpar pode ser praticado de modo que cada participante possa usar somente uma das mãos ou as duas mãos. Se estiver valendo apenas uma das mãos, cada adversário pode colocar desde a mão vazia (conhecido como lona) até os 5 dedos, totalizando 6 possibilidades para cada jogador. Pelo princípio da contagem temos 6 vezes 6, que é igual a 36 combinações. Dessas 36 combinações temos 18 combinações cuja soma é par. Portanto, neste caso, não há diferença vantajosa em escolher a opção par ou a opção ímpar, pois em ambos os casos temos exatamente cinquenta por cento de possibilidade de o evento ocorrer.

BETO

E se a gente usar as duas mãos no "par ou ímpar"?

CLEBER

Se ambos os jogadores puderem por as duas mãos, o resultado é diferente. São 11 possibilidades para cada adversário. Novamente pelo princípio da contagem temos agora 11 vezes 11, que é igual a 121 combinações. São 61 combinações cuja soma é par e 60 combinações cuja soma é ímpar. Observe que a probabilidade é quase a mesma, porque a diferença é de aproximadamente 0,8%. Mas há uma ligeira vantagem para quem pede par. É uma vantagem de 8 vitórias em cada 1.000 partidas disputadas. Se você quiser um par ou ímpar com as mesmas chances, peça para valer apenas uma das mãos!

Vale a pena montar todas as possibilidades do jogo "par ou ímpar" disputado de modo que cada jogador use apenas uma das mãos. Isso ajudará aos alunos a perceberem que será um jogo justo, com a mesma quantidade para par ou ímpar.

Agora, para mostrar todas as possibilidades em que os jogadores utilizam as duas mãos, o melhor é ter as possibilidades prontas em um cartaz ou projeção, para não se gastar tanto tempo em uma atividade mecânica.

Finalmente, no terceiro bloco, Cleber utiliza o jogo denominado de "Torre de Hanói" para explorar conceitos de probabilidade, solução de problemas e contagem. Acompanhe o diálogo.

BETO

Calma, Cleber. Relaxa, você consegue.

CLEBER

A brincadeira aqui é a Torre de Hanói. Alguém aqui conhece a Torre de Hanói? Vou explicar. No jogo há 3 pinos, que representam as torres. No primeiro deles são colocados alguns discos, uns sobre os outros, em ordem crescente de diâmetro. O objetivo é passar todos os discos de um pino para outro qualquer, usando um dos pinos como auxiliar, de maneira que um disco maior nunca fique em cima de outro menor. O número de discos pode variar, mas neste desafio vamos pôr apenas quatro! O legal da Torre de Hanói é que nós podemos aprender a aplicação do princípio da indução finita. Você já viu uma fileira de dominós, postos um à frente do outro, de modo que se derrubarmos o primeiro, todos serão derrubados em sequência? Essa é a ideia da indução em matemática. No caso da Torre de Hanói, o caso mais simples seria 1 único disco. Para movê-lo, precisamos de apenas um movimento. Fácil, certo? Vamos chamar a solução para o caso de um disco: "Solução 1". Agora, vamos pensar no caso com 2 discos. Observe que para tirar os 2 discos, precisamos primeiro tirar um disco de cima. Então precisamos da "Solução 1". Depois, com um movimento, mudamos o disco debaixo. Em seguida, precisamos novamente da "Solução 1" para levar o disco sozinho para cima do segundo disco. Por isso, a "Solução 2" é igual à "Solução 1", mais um, mais um. Ou seja, 3 movimentos.

BETO

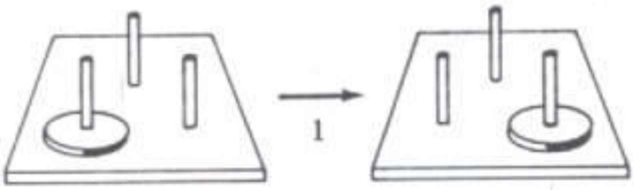
E se colocar mais um disco?

CLEBER
Vamos lá. Se tivermos 3 discos, precisamos mover os 2 de cima, isto é, precisamos da "Solução 2", em seguida, um movimento para mexer o disco da base e novamente da "Solução 2" para posicionar os discos em cima. Logo, a "Solução 3" é igual à "Solução 2" mais um, mais "Solução 2". Então, "Solução 3" é igual a 3, mais 1, mais 3: 7 movimentos. De uma só vez, aprendemos como resolver o problema e descobrimos qual é a quantidade mínima de movimentos para resolvê-lo. É legal observar que o número mínimo de "movimentos" para conseguir transferir todos os discos da primeira estaca à terceira é $2^n - 1$*, sendo "n" o número de discos.*

A "Torre de Hanói" é um brinquedo muito antigo. Já era vendido em 1883. Foi inventado pelo matemático francês Edouard Lucas (1842-1891). O legal deste jogo é a construção de um método para resolver problemas que parte de casos mais simples e leva a generalizações. Essa é a base da indução matemática.

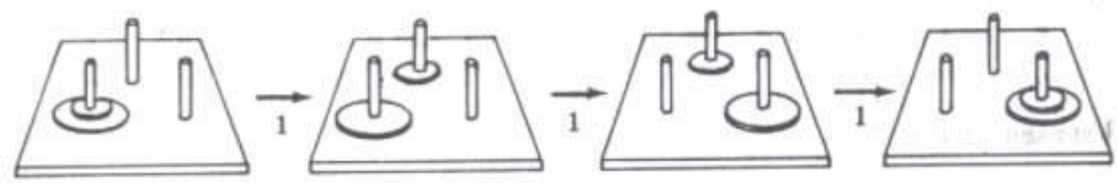
A solução a seguir foi baseada no artigo publicado por Watanabe (1986) na Revista do Professor de Matemática.

Se a torre for formada por apenas 1 disco, a transferência se dá com 1 movimento:



Podemos representar a solução para um disco como sendo $S_1 = 1$.

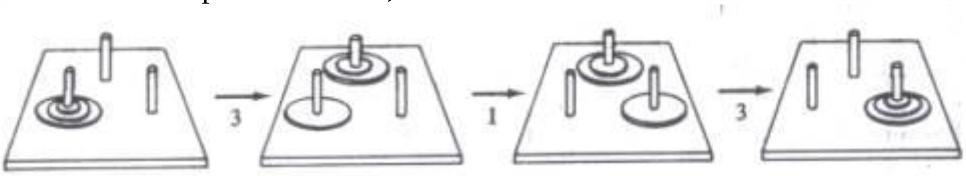
Se for formada por dois discos, a transferência se dá com 3 movimentos:



Ou seja, $S_2 = 3$, porque $S_2 = S_1 + 1 + S_1$.

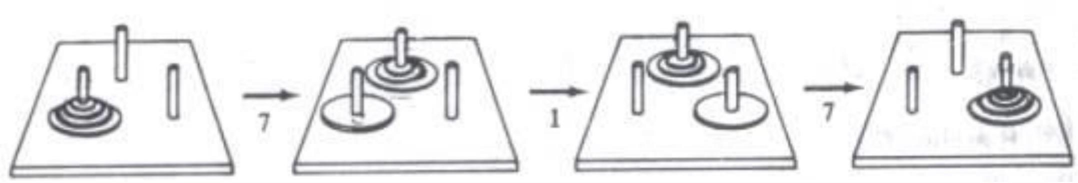
Dica Pedagógica

Se for formada por três discos, tem-se:



$S_3 = S_2 + 1 + S_2 = 3 + 1 + 3 = 7.$

Com quatro discos:



$S_4 = S_3 + 1 + S_3 = 7 + 1 + 7 = 15.$

De modo geral, para deslocar "n" discos, com um menor número de movimentos possível, deve-se, inicialmente, mover $(n - 1)$ discos para o bastão de trás, com S_{n-1} movimentos; em seguida, move-se o n-ésimo disco para o outro bastão da frente, com 1 movimento; finalmente movem-se os n – 1 discos do bastão de trás para o da frente, com S_{n-1} movimentos. Logo

$$S_n = S_{n-1} + 1 + S_{n-1} = 2\,S_{n-1} + 1$$

É possível provar que $S_n = 2^n - 1$.

Sugestões de atividades complementares

Atividade 1 – Noções Probabilísticas a partir de um Jogo da Cultura Popular.

Objetivo da atividade:

História e aplicabilidade de conceitos da teoria das probabilidades; tabelas de dupla entrada; cálculo da probabilidade da união, interseção e diferença de dois eventos.

Descrição da atividade:

A aula "Noções Probabilísticas a partir de um Jogo da Cultura Popular" (SOUSA et al., 2011a), disponível no Portal do Professor, auxilia os alunos na compreensão da probabilidade e de seus elementos. Suas atividades podem ser realizadas após a apresentação do episódio "Brincadeiras", da série "Os Exploradores de Kuont" e estão disponíveis em http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28034. A primeira atividade aborda o jogo conhecido como "Porrinha" fazendo com que o os alunos reflitam sobre toda a matemática envolvida nas escolhas e opções. Essa atividade está relacionada aos problemas de contagem abordados por Cleber no segundo bloco. Já a segunda atividade explora um recurso digital denominado "Rodas da Fortuna", no qual outros eventos probabilísticos podem ser analisados em conjunto com o aluno. A terceira e última atividade explora outro recurso digital denominado "Eventos Equiprováveis" e contém uma série de atividades e exemplos que auxiliam o aluno no aprofundamento dos conhecimentos discutidos anteriormente.

Atividade 2 – Jogando Dados: Chance de um Evento.

Objetivo da atividade:

Reconhecer o espaço amostral de um experimento aleatório; Verificar o número de vezes de ocorrência de um evento; Determinar a chance de ocorrência de um evento.

Descrição da atividade:

A aula "Jogando Dados: Chance de um Evento" (SOUSA et al., 2011b), disponível no Portal do Professor, propõe atividades que auxiliam o aluno na compreensão sobre espaço amostral, possibilidades e probabilidade. Suas atividades podem ser realizadas após a apresentação do vídeo. Elas podem ser obtidas na íntegra no Portal do Professor em http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=27851. As atividades contidas nesta aula deverão ser adaptadas para serem trabalhadas no nível do Ensino Fundamental, contudo acreditamos que elas possuem diversos conteúdos importantes para a construção da base da probabilidade que o aluno estudará futuramente.

A primeira atividade consiste em dividir a turma em duplas para que cada dupla utilize o recurso digital "Jogando Dados" e possa criar sua própria tabela de resultados. A segunda atividade ensina como podemos reconhecer e contabilizar os eventos existentes nesta atividade. A terceira auxilia os alunos a calcularem a chance de um determinado evento ocorrer. A quarta e última atividade faz uso do recurso digital "Probabilidade: Dois Dados", propondo que os alunos, em duplas, acessem o conteúdo digital e realizem as atividades deste recurso. Existem ainda sugestões de mais duas atividades extras que fazem uso de recursos digitais.

Professor(a), esperamos que essa proposta tenha ampliado suas ideias. Gostaríamos de lhe convidar a se tornar autor dessa proposta conosco, ou seja, modifique a ordem, exclua ou inclua assuntos, etc. O importante é adequar a proposta à realidade de sua turma. Caso queira compartilhar conosco sua opinião sobre este material ou informar como foi o uso com a sua turma deixamos os nossos contatos: filipe@ime.uerj.br e fernandovillar@ufrj.br. A avaliação desta dica pedagógica pelos professores brasileiros é muito importante para a rede da TV Escola.

Consultores:
Filipe Iório da Silva
Fernando Celso Villar Marinho

Referências

SOUSA, R. C. S.; et al.. *Noções Probabilísticas a partir de um Jogo da Cultura Popular*. Portal do Professor, 2011a. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28034>

SOUSA, R. C. S.; et al.. *Jogando Dados: Chance de um Evento.* Portal do Professor, 2011b. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=27851>

WATANABE, R. Vale para 1, para 2, para 3, ...,Vale Sempre? Revista do Professor de Matemática. n. 9. 1986.